

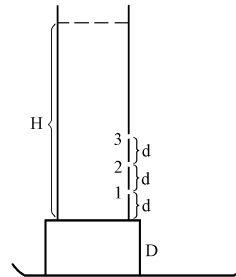
KĄCIK ZADAŃ

Jadwiga Salach

Warto uświadomić sobie fakt, że nie zawsze jest prawdą, iż zasięg strumienia cieczy wypływającej z otworu bocznego leżącego niżej, jest większy. Relacja między zasięgami zależy nie tylko od tego, jak wysoki jest słup cieczy nad otworami, ale także od tego, na jakiej wysokości mierzymy te zasięgi.

Zasięgi strumienia cieczy wypływającej przez boczne otwory w naczyniu

Wysokie naczynie z trzema otworami w ścianie bocznej ustawiono w kuwecie na podstawie. Do naczynia nalano wody; wysokość słupa wody wynosi H . Wzajemne odległości kolejnych otworów oraz odległość pierwszego otworu od dna naczynia są jednakowe i równe d . Wysokość podstawki wynosi D . We wszystkich obliczeniach pominiemy opór powietrza.



1. Oblicz, jakimi funkcjami wysokości słupa wody H są zasięgi: x_1 , x_2 , x_3 strumienia wody wypływających z otworów 1, 2, 3 i padających na dno kuwety.

2. Przyjmij $D = 2d$ i zbadaj, dla jakich wysokości H relacja między zasięgami jest następująca:

$$x_3 < x_2 < x_1.$$

3. Zbadaj (również dla $D = 2d$), dla jakich wysokości H relacja między zasięgami jest odwrotna, tzn.

$$x_1 < x_2 < x_3.$$

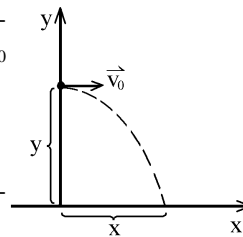
Wskazówka. Szybkość wypływu cieczy przez otwór, nad którym wznosi się słup cieczy o wysokości h wynosi $v = \sqrt{2hg}$.

Rozwiązanie:

1. Wiadomo, że zasięg x rzutu poziomego zależy w następujący sposób od wartości początkowej prędkości v_0 i wysokości y , na której ciało zostało wyrzucone:

$$x = v_0 \sqrt{\frac{2y}{g}}.$$

Stosując ten ogólny wzór do przypadku, opisanego w zadaniu, otrzymujemy:



$$x_1 = v_{01} \sqrt{\frac{2(D+d)}{g}} = \sqrt{2(H-d)2(D+d)},$$

$$x_2 = v_{02} \sqrt{\frac{2(D+2d)}{g}} = \sqrt{2(H-2d)2(D+2d)},$$

$$x_3 = v_{03} \sqrt{\frac{2(D+3d)}{g}} = \sqrt{2(H-3d)2(D+3d)}.$$

Ostatecznie

$$x_1 = 2\sqrt{(H-d)(D+d)},$$

$$x_2 = 2\sqrt{(H-2d)(D+2d)},$$

$$x_3 = 2\sqrt{(H-3d)(D+3d)}.$$

Takimi funkcjami wysokości słupa wody H są zasięgi strumieni na dnie kувety.

2. Podstawiając do otrzymanych funkcji $D = 2d$ otrzymujemy:

$$x_1 = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{(H-d)d}, \quad x_2 = 2\sqrt{4} \cdot \sqrt{(H-2d)d}, \quad x_3 = 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{(H-3d)d}.$$

Dla jakich wartości H zachodzi relacja: $x_1 > x_2$?

$$\sqrt{3(H-d)d} > \sqrt{4(H-2d)d}, \quad (\text{oczywiście } H > 2d).$$

Rozwiązanie tej nierówności daje wynik:

$$2d < H < 5d.$$

Dla jakich wartości H zachodzi relacja: $x_2 > x_3$?

$$\sqrt{4(H-2d)d} > \sqrt{5(H-3d)d}, \quad (\text{oczywiście } H > 3d).$$

Rozwiązanie tej nierówności daje wynik:

$$3d < H < 7d.$$

Widać zatem, że gdy $D = 2d$, obydwie te nierówności są spełnione dla

$$3d < H < 5d,$$

tak więc $x_1 > x_2 > x_3$ **tylko wówczas**, gdy wysokość słupa cieczy w naczyniu zawiera się pomiędzy $3d$ a $5d$!

3. Badamy, dla jakich wysokości H słupa cieczy relacja między zasięgami jest odwrotna, czyli:

$$x_1 < x_2 < x_3.$$

Okazuje się, że nierówność

$$\sqrt{3(H-d)d} < \sqrt{4(H-2d)d}, \quad (H > 2d)$$

jest spełniona dla

$$5d < H,$$

a nierówność

$$\sqrt{4(H-2d)d} < \sqrt{5(H-3d)d}, \quad (H > 3d)$$

dla

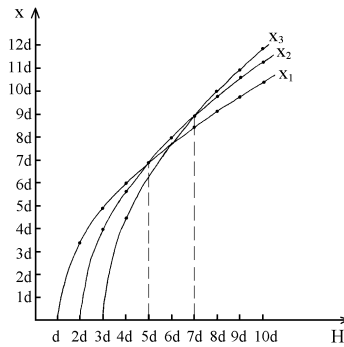
$$7d < H.$$

Ostatecznie więc (gdy $D = 2d$),

$$x_1 < x_2 < x_3 \quad \text{dla} \quad H > 7d.$$

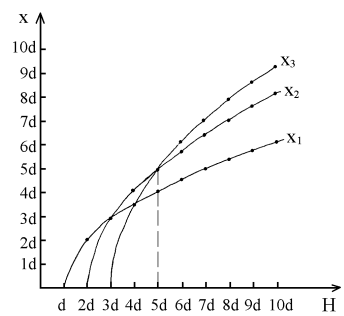
Komentarz:

Można sporządzić odpowiednią tabelkę i na jej podstawie wykonać wykresy $x_1(H)$, $x_2(H)$, $x_3(H)$. Dla przypadku, gdy $D = 2d$ wyglądają one tak, jak pokazuje rysunek:

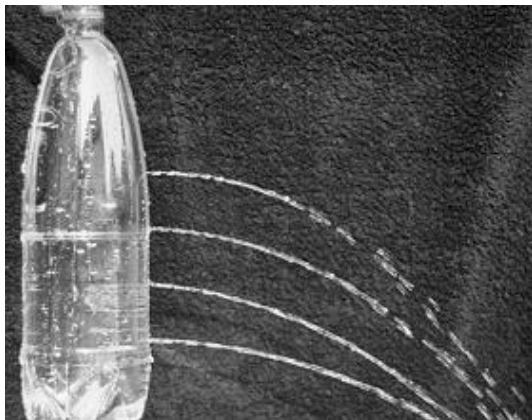


Z wykresów widać, jakie relacje zachodzą między zasięgami strumieni, gdy H zawiera się w granicach $(5d, 7d)$.

Gdyby postawić naczynie bezpośrednio na dnie kuwety ($D = 0$), wykresy wyglądałyby tak, jak pokazuje rysunek umieszczony poniżej:



Wykresy te wskazują, że relacja $x_1 > x_2 > x_3$ **nie zostanie wówczas spełniona** dla żadnej wysokości słupa cieczy. Przypadek ten został przedstawiony na fotografii:



Liczne leksykony (tak lubiane przez uczniów) również zawierają błędne informacje na ten temat. Przykład takiego błędnego rysunku można znaleźć między innymi w zalecanym przez MEN do użytku szkolnego *Leksykonie ucznia, fizyka* Elżbiety Smosarskiej-Leszczyc, wydanego w roku 1996 przez Wydawnictwa Naukowo-Techniczne (str. 26). Także niektóre podręczniki fizyki do gimnazjum zawierają podobne rysunki. Na rysunkach w podręcznikach pokazuje się na ogół tę szczególną sytuację, którą utrwaliliśmy na zdjęciu. Prezentujemy je na okładce tego numeru *Fotonu*.

Inspirację do sformułowania tematu tego zadania stanowił wykład prof. dr. hab. Wacława Świątkowskiego na temat błędów w podręcznikach fizyki, wygłoszony podczas XIV Jesiennej Szkoły Dydaktyki Fizyki w Borowicach (13–17. 11. 2000).