



O poprawnym rozwiązaniu pewnego prostego zadania ze szczególnej teorii względności

Antoni Paja

Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej AGH, Kraków

W 86 numerze *Fotonu* (jesień 2004) w „Kąciku zadań” zamieszczono ciekawe zadanie, w którym postawiono problem: czy jest możliwe zaobserwowanie narodzin Newtona i Einsteina

- a) równocześnie,
- b) w tym samym miejscu

przez przyjęcie odpowiednio dobranego układu odniesienia.

Niestety, zaprezentowane przez pana Miczka rozwiązanie jest niepoprawne. Co gorsza, oryginalne sformułowanie zadania świadczy o tym, że jego autorzy również nie zdają sobie sprawy z tego, jakie jest poprawne rozwiązanie problemu. Jako jedną z danych podają odległość między Woolsthorpe (miejsmem urodzenia Newtona) a Ulm (miejsmem urodzenia Einsteina), która jest w tym przypadku mało istotna. Nie podają natomiast dokładnych dat urodzenia obu fizyków, które są istotne (podanie roku jako punktu na osi czasu to trochę za duży luz). Ponadto pytanie o prędkość układu obserwatora względem powierzchni Ziemi sugeruje, że układ ten powinien poruszać się po łuku koła wielkiego, łączącego Woolsthorpe i Ulm, a – moim zdaniem – żaden ruch tego typu nie jest poprawnym rozwiązaniem w ramach STW.

Dla celów analizy sformułujmy problem w sposób równoważny, ale w ścisłym języku, używanym do opisu zjawisk w czasoprzestrzeni.

W układzie inercyjnym S mamy 2 zdarzenia o współrzędnych (t_N, x_N, y_N, z_N) oraz (t_E, x_E, y_E, z_E) . Czy istnieje taki układ inercyjny S' , w którym:

- a) $t'_N = t'_E$
- b) $(x'_E - x'_N)^2 + (y'_E - y'_N)^2 + (z'_E - z'_N)^2 = 0$?

Jeżeli tak, to należy opisać jego ruch względem układu S , tzn. podać jego wektor prędkości \mathbf{v} .

Specjalnie dwukrotnie użyłem w tekście słowa „inercyjny”, aby podkreślić, że rozwiązanie w ramach STW wymaga takiego założenia. Transformacja Lorentza wiąże współrzędne czasoprzestrzenne zdarzeń w inercyjnych układach odniesienia. Interwał czasoprzestrzenny jest niezmiennikiem transformacji Lorentza tylko wtedy, gdy do wyrażenia na Δs^2 wstawimy współrzędne zdarzeń w inercyjnych układach odniesienia.

Tymczasem Ziemia z pewnością nie jest inercjalnym układem odniesienia w rozpatrywanym przedziale czasu, tzn. od $t_N=25$ XII 1642 (narodziny Newtona) do $t_E=14$ III 1879 (narodziny Einsteina). W tym czasie wykonuje ona około $236\frac{1}{4}$ obiegu dookoła Słońca i jednocześnie około 86 290 obrotów wokół własnej osi. Ruchu takiego nie można uważać za jednostajny i prostoliniowy nawet w przybliżeniu.

Wyłania się tu problem: co przyjąć jako układ inercjalny S , właściwy do rozwiązania tego zadania? Najlepszym przybliżeniem byłby układ związany z naszą Galaktyką, ponieważ Słońce obiega środek Galaktyki po pewnej orbicie i – ściśle biorąc – Układ Słoneczny też nie jest układem inercjalnym. Na szczęście Słońce porusza się po orbicie o ogromnym promieniu krzywizny i w rozważanym przedziale czasu jego ruch można uznać za jednostajny i prostoliniowy względem układu związanego z Galaktyką, a więc układ S związany z Układem Słonecznym można uważać za inercjalny z bardzo dobrym przybliżeniem.

Ze względu na periodyczny ruch Ziemi po orbicie zamkniętej wokół Słońca odległość między miejscem narodzin Newtona a miejscem narodzin Einsteina w układzie S dana jest przez odległość między położeniami Ziemi względem Słońca w chwilach t_N i t_E (odległość 800 km między Woolsthorpe a Ulm mierzona na Ziemi jest tu mało znaczącą poprawką).

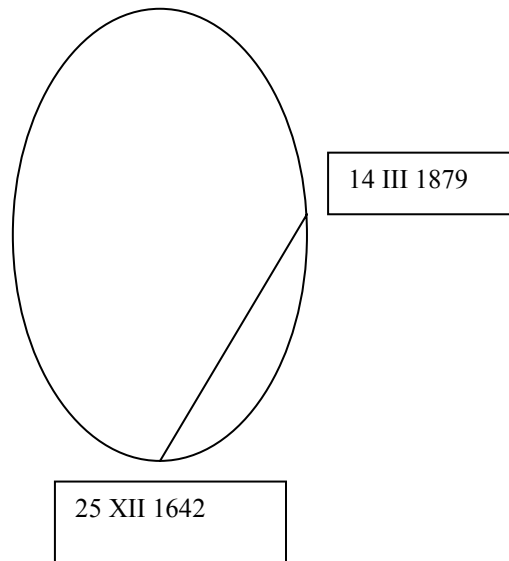
Dla uproszczenia obliczeń można poprowadzić oś x układu S przez pozycje Ziemi w chwilach t_N i t_E jak na rys. 1 (układ S nie musi być ściśle układem środka masy Układu Słonecznego, wystarczy, że jest nieruchomy względem tego środka masy). Wtedy interwał czasoprzestrzenny $\Delta s^2 = c^2(t_E - t_N)^2 - (x_E - x_N)^2$ jest istotnie typu czasowego ($\Delta s^2 > 0$, ponieważ $\Delta t \approx 7,46 \times 10^9$ s, $\Delta x \approx j.a.\sqrt{2} \approx 2,12 \times 10^{11}$ m, $\Delta s^2 \approx 5 \times 10^{36}$ m²). Tak więc zobaczenie jednoczesnych narodzin Newtona i Einsteina jest niemożliwe (Einstein jest w stożku przyszłości Newtona).

Istnieje jednak układ, w którym te narodziny można zobaczyć w tym samym miejscu, tzn. $x'_N = x'_E$. Pod względem formalnym obliczenie przebiega analogicznie jak w komentowanym artykule, tylko że za $x_E - x_N$ trzeba podstawić nie 800 km, lecz $\Delta x \approx j.a.\sqrt{2} \approx 2,12 \times 10^{11}$ m, a otrzymamy $v = 28,4$ m/s (patrz rys. 1). Jest to całkiem przyzwoita prędkość kosmiczna, umożliwiająca swobodne podróże po Układzie Słonecznym osobnikom odpowiednio długo żyjącym (bo niestety jest znacznie mniejsza od prędkości światła). Nasz obserwator powinien poruszać się z tą prędkością wzdłuż linii łączącej x_N i x_E . W chwili t_N nie musi przelatywać dokładnie nad Woolsthorpe. Wystarczy, że wyceluje lunetkę w kierunku x_N i ustawi jej ostrość na dom Newtona. W jego układzie współrzędne tego punktu w chwili narodzin Newtona to $x'_N = \gamma(x_N - vt_N)$, a czas odczytany na jego zegarze to $t'_N = \gamma(t_N - vx_N/c^2)$. Potem przez dłuższy czas (236 lat i 3 miesiące) w okularze swojej lunetki będzie obserwował gwiazdziste niebo, a w chwili $t'_E = \gamma(t_E - vx_E/c^2)$ w polu widzenia pojawi się Ulm. Według jego zegara cały eksperyment będzie

trwał $\Delta t' = t'_E - t'_N$, ale tak naprawdę $\Delta t'$ różni się od Δt tylko o 6×10^5 s, więc potrwa to tyle samo co w Układzie Słonecznym, tj. 236 lat z kawałkiem.

Podsumowując: najistotniejszy element praktycznej realizacji tego eksperymentu, tj. aby obserwator zobaczył oba wydarzenia w tym samym miejscu względem swojej rakiety (przełot nad obydwoma miejscowościami), jest przez pana Miczka trafnie zaproponowany. Natomiast trajektoria, po jakiej pan Miczek każe mu lecieć, oraz zalecana prędkość (0,1 mm/s) nie wynikają z STW (choć pan Miczek jest świadom tego, że obliczenia trzeba prowadzić w układzie inercyjnym, jak wynika z przypisu 2).

Podobne zadanie pojawia się również w skrypcie dla studentów Politechniki Rzeszowskiej („czy można zobaczyć chrzest Polski i bitwę pod Grunwaldem w tym samym czasie i w tym samym miejscu”), niestety, z tak samo błędnym rozwiązaniem. Z prywatnych rozmów wiem, że podobne zadania są zadawane studentom także innych uczelni i również niewłaściwie rozwiązywane. Świadczy to niezbicie, że fizyka jest trudną nauką, nawet dla tych, którzy podjęli się jej nauczania. Mam jednak nadzieję, że mój komentarz do tego zadania wyjaśni przynajmniej czytelnikom *Fotonu* rolę układu inercyjnego w STW i przyczyni się do poprawnego rozwiązywania analogicznych zadań.



Rys. 1