



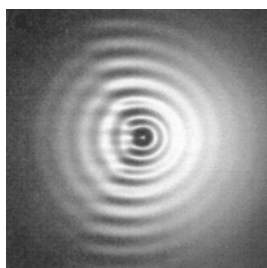
## Dziwne krople

*Jerzy Ginter*  
*Uniwersytet Warszawski*

### Wstęp

W ciągu ostatnich kilku lat ukazał się cykl prac profesora Yvesa Coudera i współpracowników z Uniwersytetu Paryskiego 7, w których badano właściwości kropeł cieczy w specyficznych warunkach. W doświadczeniach używano naczyń z olejem silikonowym, które za pomocą odpowiedniego urządzenia wprawiano w pionowy ruch drgający. Na tę drgającą powierzchnię cieczy spuszczano z góry kropelkę tego samego oleju o średnicy rzędu 1 mm. Jeżeli odpowiednio dobrać częstotliwość i amplitudę drgań, kropla taka zachowuje się w sposób zdumiewający:

1. Przede wszystkim nie łączy się z cieczą w naczyniu, ale odbija się od jej powierzchni i podskakuje jak piłka. Może tak podskakiwać wiele godzin.
2. W jeszcze bardziej wyspecyfikowanych warunkach na powierzchni cieczy powstaje szczególny twór korpuskularno falowy, składający się z podskakującej kropli i fali, którą kropla generuje na powierzchni cieczy przy każdym odbiciu. Taki twór porusza się po powierzchni cieczy ruchem jednostajnym (rys. 1), co oczywiście oznacza, że kropla porusza się nad powierzchnią cieczy po odcinkach parabol. Autorzy twór ten nazywają „walker”. My będziemy używać nazwy „wędrownik”.



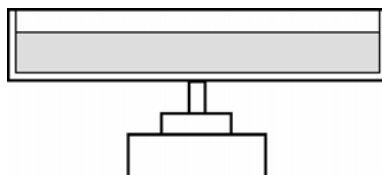
Rys. 1. „Wędrownik” – klasyczny twór korpuskularno falowy

Autorzy przeprowadzili bardzo szerokie badania, w których zmieniali rodzaj cieczy, częstotliwość i amplitudę drgań, czy wielkość kropli. W krótkim artykule nie sposób ich omówić szczegółowo.

### Układ doświadczalny

Podstawowym elementem opisywanych w pracach układów doświadczalnych były płaskie kwadratowe naczynia o bokach rzędu 10 cm, wypełnione olejem

silikonowym o grubości warstwy rzędu 1 cm (rys. 2). Naczynie takie wprawiane było w pionowe drgania przez układ, zasilany generatorem akustycznym. Można było regulować częstość drgań i ich amplitudę. Typowa częstość drgań była równa 80 Hz, a regulowana amplituda – rzędu kilku dziesiątych milimetra.



Rys. 2. Schemat układu doświadczalnego

Na powierzchnię cieczy spuszczano krople o średnicach w zakresie od 0,4 mm do 1,4 mm. Tutaj omówimy tylko właściwości kropli o średnicach bliższych 0,8mm. Zachowanie kropli rejestrowano pod różnymi kątami kamerą o szybkości 1000 zdjęć na sekundę.

#### Drganie naczynia z cieczą

Jak wspomnieliśmy wyżej, naczynie z cieczą wykonywało pionowy ruch harmoniczny o częstości równej typowo 80 Hz. W omawianych pracach przyspieszenie naczynia  $a(t)$  opisywane jest wzorem

$$a(t) = \gamma_m \cos(2\pi vt); \quad (1)$$

gdzie  $v$  jest częstością drgań, a  $\gamma_m$  amplitudą zmian przyspieszenia.

Wyniki podawane są w funkcji wielkości  $\gamma_m/g$ , gdzie  $g$  jest przyspieszeniem ziemskim, typowo w zakresie  $\gamma_m/g$  nieco mniejszego od jedności, do  $\gamma_m/g \approx 4,5$ .

Jeżeli znamy częstość, wielkość  $\gamma_m/g$  łatwo przetłumaczyć na „zwykłą” amplitudę drgań. Niech pionowe położenie naczynia z cieczą zmienia się jak

$$z(t) = -A \cos(2\pi vt). \quad (2)$$

Wtedy

$$a(t) = \frac{d^2 z(t)}{dt^2} = A \cdot 4\pi^2 v^2 \cos(2\pi vt). \quad (3)$$

Z porównania 1 i 3 uzyskujemy związek:

$$A = \frac{\gamma_m}{4\pi^2 v^2} = \frac{g}{4\pi^2 v^2} \frac{\gamma_m}{g}. \quad (4)$$

Dla  $v = 80 \text{ Hz}$  i  $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  dostajemy:

- dla  $\gamma_m/g = 1$ ,  $A = 0,04$  mm;
- dla  $\gamma_m/g = 2,5$ ,  $A = 0,10$  mm;
- dla  $\gamma_m/g = 4,3$ ,  $A = 0,17$  mm.

Kiedy rozważamy drganie naczynia z cieczą, musimy wziąć pod uwagę dwie graniczne wartości  $\gamma_m/g$ .

1. Załóżmy, że w pewnej chwili  $t_0$  powierzchnia cieczy wychylona jest maksymalnie w górę. Przypuśćmy dalej, że w tej samej chwili nad tą powierzchnią znalazła się kropla. Jeżeli będzie spełniony warunek  $\gamma_m/g > 1$ , wtedy dla czasów nieco większych od  $t_0$  powierzchnia cieczy będzie opadać w dół szybciej, niż kropla spadająca swobodnie. Można więc oczekiwać, że warunek  $\gamma_m/g = 1$  będzie stanowić istotną granicę dla oddziaływania kropli z drgającą cieczą.
2. Do tej pory przyjmowaliśmy, że powierzchnia cieczy w naczyniu pozostaje płaska, a cała ciecz drga tak samo jak naczynie, w którym ona się znajduje. Jest tak, dopóki wartość  $\gamma_m$  nie osiągnie pewnej granicznej wartości  $\gamma_m^F$ . Jeżeli  $\gamma_m > \gamma_m^F$ , na powierzchni cieczy powstają fale stojące o częstotliwości równej  $v/2$ . Dla  $v = 80\text{Hz}$  oczywiście  $v/2 = 40$  Hz. Pojawiającą się niestabilność nazywamy niestabilnością Faradaya<sup>1</sup>. Wartość  $\gamma_m^F$  zależy od częstotliwości oraz parametrów charakteryzujących ciecz, jak gęstość czy lepkość. Dla omawianego przypadku wielkość  $\gamma_m^F/g$  była bliska 4,5. Prędkość fal Faradaya była równa  $V_F = 189 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ , a ich długość równa  $\lambda_F \approx 5\text{mm}$ . Wynika to ze związku

$$V_F = \lambda_F \frac{v}{2} \quad (\text{czyli dostosowanej do naszych oznaczeń ogólnej zależności } V = \lambda v).$$

### Zachowanie kropli dla niezbyt wielkich $\gamma_m/g$

Jak zależy zachowanie się kropli od wartości  $\gamma_m/g$ ? Omówmy to po kolei. Zrobimy to opuszczając pewne drugorzędne szczegóły, które oczywiście można znaleźć w cytowanych pracach oryginalnych.

#### Małe $\gamma_m/g$

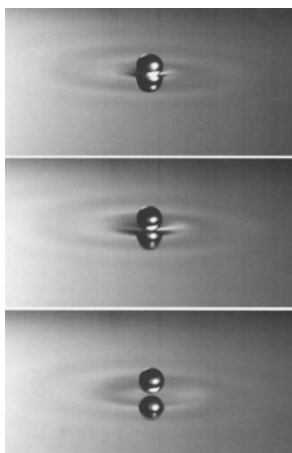
Jeżeli  $\gamma_m/g < 0,8$ , kropla upuszczona na powierzchnię łączy się z cieczą w przeciągu kilku setnych sekundy.

#### Pojedyncze skoki

W zakresie  $0,8 < \gamma_m/g < 2,5$  kropla, opadając na powierzchnię nie łączy się z cieczą. Zaczyna skakać po jej powierzchni (rys. 3). Jest to ruch periodyczny

<sup>1</sup> Zobacz w Wikipedii hasło *Faraday waves* i dołączony do niego film na *YouTube*.

z częstością równą częstości drgań naczynia  $\nu$ . Widać zatem, że następuje istotna zmiana zachowania kropli przy wartości  $\gamma_m/g$  bliskiej jedności.



Rys. 3. Skacząca kropla

Fakt, że kropla nie łączy się z cieczą, związany jest z tym, że omawiany ruch odbywa się w powietrzu. Przy dostatecznie szybkich ruchach nie ma dosyć czasu, aby „wycisnąć” powietrze z obszaru pomiędzy kroplą a cieczą. Warstwa gazu oddziela więc cały czas kroplę od cieczy i nie dochodzi do ich bezpośredniego zetknięcia<sup>2</sup>.

Wysokość skoków kropli  $h$  związana jest z częstością wykonywanych skoków  $\nu$ . Jej rząd wielkości można oszacować, przybliżając prawdziwy ruch przez sprężyste odbijanie się sztywnej kulki od sztywnego podłoża. Dla takiego ruchu połowa okresu  $\frac{T}{2} = \frac{1}{2\nu}$  jest równa czasowi  $t$  spadku swobodnego ciała z wysokości  $h_0$ . Prowadzi to do związków:

$$h_0 = \frac{gt^2}{2} = \frac{g}{8} \frac{1}{\nu^2}. \quad (5)$$

- Dla  $\nu = 1$  Hz wysokość  $h_0 \approx 1,25$  m. Odpowiada to sytuacji, w której dla zabawy podbija się raketką piłeczkę ping-pongową.
- Dla  $\nu = 80$  Hz wysokość  $h_0 \approx 0,19$  mm. Jest to wielkość większa od obserwowanej w doświadczeniu  $h = 0,13$  mm. Związane jest to z faktem, że kropla nie odbija się od powierzchni cieczy natychmiast. Oddziaływanie kropli z cieczą trwa około  $\frac{1}{5} T$ .

<sup>2</sup> Ciekawe byłoby więc przeprowadzić identyczne badania dla oleju o niskiej prężności par, znajdującego się w próżni. W omawianych pracach o takiej możliwości się nie wspomina.

- Dla  $\nu = 40$  Hz wysokość  $h_0 \approx 0,78$  mm. Wiadomość ta przyda nam się w dalszej części artykułu.

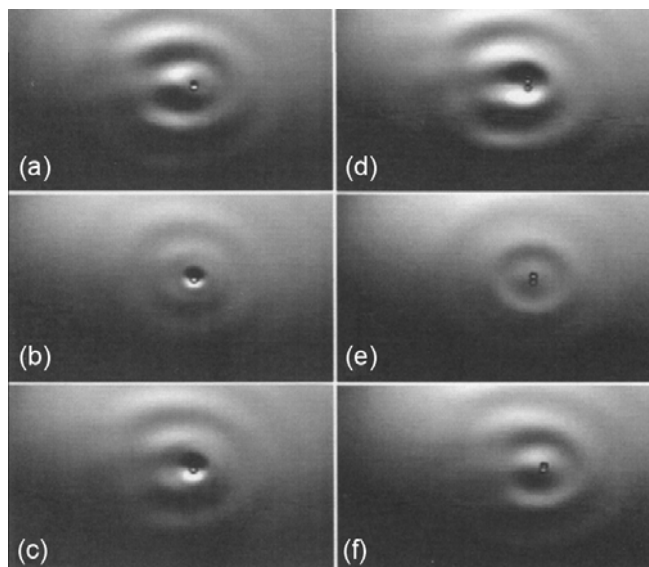
### Podwójne skoki

Jeżeli  $\gamma_m/g$  przekracza wartość 2,5, okres ruchu się podwaja. Dzieje się to w taki sposób, że kropla wykonuje na przemian po dwa skoki o różnych wysokościach: większej i mniejszej.

### Wędrownik

Sytuacja staje się na prawdę ciekawa, kiedy  $\gamma_m$  osiąga wartość w przybliżeniu równą  $0,9 \gamma_m^F$ . Wtedy na powierzchni cieczy pojawia się „wędrownik”, czyli twór korpuskularno falowy, o którym mówiliśmy już we wstępie. Składa się on z podskakującej kropli i fali, którą kropla generuje na powierzchni cieczy przy każdym odbiciu. Taki twór porusza się po powierzchni cieczy ruchem jednostajnym z prędkością  $V_w$  nie większą niż  $20 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ , a więc znacznie mniejszą od prędkości fali Faradaya  $V_F = 189 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ . Okres tego ruchu jest dwa razy większy, niż dla omówionego wyżej zakresu pojedynczych skoków i jest równy częstotliwości fal Faradaya. Częstość tego ruchu jest więc równa 40 Hz.

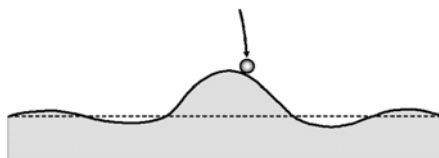
Rysunek 4 przedstawia czasową zmienność takiego układu. Warto zwrócić uwagę, że kiedy kropla znajduje się nad powierzchnią cieczy, na zdjęciu widoczne jest także jej odbicie.



Rys. 4. Kolejne fazy ruchu wędrownika

1. Kiedy kropla opadnie na powierzchnię cieczy, powoduje powstanie lokalnego zagłębienia (rys. 4a, b, c).
2. Istnieje ono jeszcze w chwili, kiedy kropla już od powierzchni się oderwała i porusza się w górę po paraboli (widoczne odbicie kropli na rysunku 4d).
3. Mamy do czynienia z ruchem falowym powierzchni cieczy. W czasie, kiedy kropla porusza się ponad cieczą, zagłębienie w cieczy zmienia się w górkę (rys. 4e). Gdyby kropla nie opadła ponownie na powierzchnię cieczy, górką zmieniłaby się w kołowy „wał”, którego promień rósłby z czasem, tak jak w przypadku fali na kałuży, wywołanej przez kroplę deszczu.
4. Kropla ponownie opada na powierzchnię cieczy. Szczyt góry z fotografii 4e znajduje się w miejscu poprzedniego zetknięcia kropli z cieczą. Kropla poruszała się po paraboli z pewną prędkością poziomą. Opadnie więc nie na szczyt tej góry, ale nieco na prawo od niego (rys. 4a i rys. 5).

Gdybyśmy mieli do czynienia ze sztywną kulką, która spada na sztywną nachyloną powierzchnię, wartość poziomej składowej kulki przy odbiciu wzrosłaby. W rzeczywistości mamy jednak sytuację znacznie bardziej złożoną. Spadająca kropla zaczyna deformować powierzchnię cieczy. Poza tym w czasie oddziaływania mamy do czynienia z siłami oporu – pomiędzy cieczami i dzielącą je warstwą powietrza. Niemniej jednak sytuacja jest niesymetryczna i kierunek „w lewo” nie jest równoważny kierunkowi „w prawo”. W czasie zderzenia składowa pionowa prędkości kropli zmieni znak, a składowa pozioma zostanie zachowana. Powtarzać się to będzie w każdym z następnych zderzeń. Kropla będzie wędrować poziomo w przybliżeniu ze stałą prędkością.

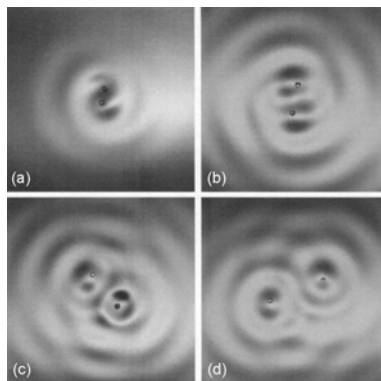


Rys. 5. Schematycznie przedstawione oddziaływanie kropli z falą

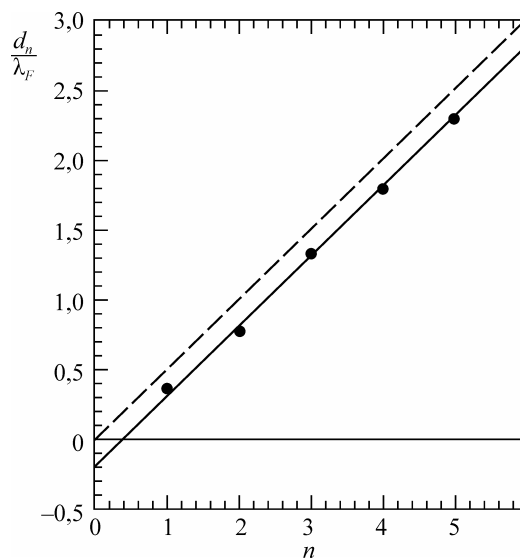
5. Wysokość  $h$ , na którą wznosi się kropla wędownika wynosi około 0,30 mm. Jest więc istotnie mniejsza od obliczonej przez nas wyżej wysokości  $h_0$ , odpowiadającej częstotliwości 40 Hz, która wynosiła 0,78 mm. Jest to związane z faktem, że przez znaczną część okresu kropla oddziałuje z cieczą, co widoczne jest na fotografiach przedstawionych na rys. 4.

### Stany związane dwóch wędowników

Jeżeli dwóch jednakowych wędowników się spotka, mogą utworzyć stan związany (rys. 6). Polega on na tym, że dwie krople poruszają się po kołowej orbicie wokół wspólnego środka.



Rys. 6. Stany związane wędrowników

Rys. 7. Zależność promienia orbity stanów związanych wędrowników od liczby „kwantowej”  $n$ 

1. Promienie tych orbit  $d$  są „skwantowane”. Zachodzi prosty związek<sup>3</sup> (rys. 7):

$$d_n = (n - c) \frac{\lambda_F}{2}; \quad (6)$$

gdzie  $n$  są kolejnymi liczbami naturalnymi:  $n = 1, 2, 3, \dots$ , a  $c$  pewną stałą.

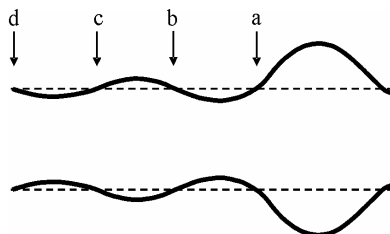
<sup>3</sup> Nasze oznaczenia różnią się od oznaczeń w pracy oryginalnej.

2. Na fotografiach widać, że dla  $n$  parzystych krople podskakują w zgodnych fazach (rys. 6b, d), a dla  $n$  nieparzystych krople podskakują w fazach przeciwnych (rys. 6a, c).

Skrajnie upraszczając można to opisać następująco. Nazwijmy dwie krople stanu związanego odpowiednio A i B. W stanie związanym kropla B oddziałuje jednocześnie:

- z wytworzoną przez siebie falą, co omówiliśmy w punkcie poprzednim;
- z falą wytworzoną przez kroplę A.

Górny rysunek 8 przedstawia schematycznie falę wytworzoną przez kroplę A w kierunku prostopadłym do kierunku ruchu wędrownika, odpowiadającą sytuacji z rysunku 4a, czyli wtedy, kiedy kropla A po wykonaniu podskoku opada na powierzchnię cieczy. Przypuśćmy, że krople skaczą w zgodnych fazach, czyli kropla B też opada na powierzchnię cieczy.



Rys. 8. Ilustracja oddziaływania kropli B z falą wytworzoną przez kroplę A

- Gdyby kropla B znajdowała się w punktach wskazanych strzałkami b i d na rysunku 8, doznałaby siły zwróconej w kierunku kropli A, czyli siły zwróconej do centrum. Powodowałoby to zakrzywienie toru ruchu kropli B ku środkowi.
- Gdyby kropla B znajdowała się w punktach wskazanych strzałkami a i c na rysunku 8, doznałaby siły zwróconej przeciwnie. Spowodowałoby to odpychanie jej od kropli A.

Kropla A oddziałuje z falą, wytworzoną przez kroplę B – i zachowuje się analogicznie.

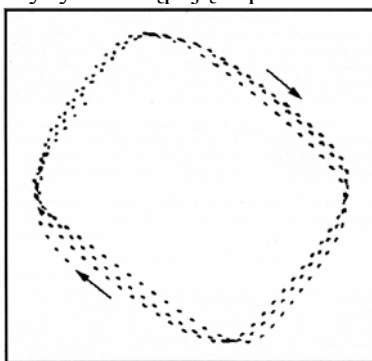
Przypuśćmy teraz, że krople skaczą w przeciwnych fazach, czyli kropla B opada na powierzchnię cieczy wtedy, kiedy kropla A się wznosi. Kropla B napotka więc falę wytworzoną przez kroplę A z odwróconą fazą, co przedstawia schematycznie dolny rysunek 8. Siła przyciągająca będzie działać na kroplę B znajdującą się w miejscach wskazanych strzałkami a i c.

Odległości pomiędzy strzałkami na rysunku 8 równe są  $\frac{\lambda_F}{2}$ . Kolejne promienie stabilnych orbit powinny więc różnić się od siebie o tę właśnie wielkość.



### Odbicie wędrownika od ścianki naczynia

Jeżeli pojedynczy wędrownik dotrze do ścianki naczynia, odbija się od niej (rys. 9). Obserwuje się przy tym następujące prawidłowości:



Rys. 9. Odbijanie się wędrownika od ścianek naczynia

- Kropla wędrownika nie dociera do samej ścianki naczynia i zawraca w pewnej odległości od niej. Odległość ta jest rzędu  $\lambda_F$ .
- W procesie odbicia kropla zakreśla gładką krzywą – bez „ostrego dzióbka”.
- Kąt padania nie jest równy kątowi odbicia.

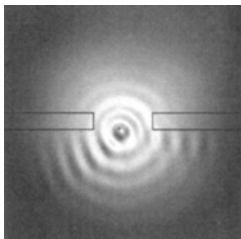
Jeżeli prowadzić obserwacje przez dłuższy czas, widać, że kropla krąży po kwadratowym naczyniu, kolejno odbijając się od jego ścianek. Na rysunku 9 zarejestrowane zostały trzy takie okrążenia.

Wy tłumaczenie takiego zachowania się wędrownika nie jest proste. Idea jest następująca: kropla wędruje z prędkością  $V_w$ , a razem z nią przemieszcza się fala, która ma większą prędkość  $V_F$ . Kiedy wędrownik zbliża się do ścianki naczynia, pierwsza dociera do niej fala i odbija się. Zatem kropla w obszarze przy ścianie oddziałuje jednocześnie z falą pierwotną – co omówiliśmy powyżej – oraz z falą odbitą. To drugie oddziaływanie wpływa na zmianę kierunku ruchu kropli.

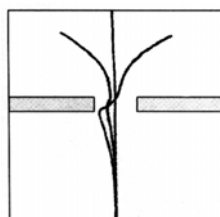
### Dyfrakcja wędrownika na szczelinie

Można także zbadać dyfrakcję wędrownika na pojedynczej szczelinie. W doświadczeniu omówionym w pracy 4 naczynie z olejem miało głębokość  $H = 4$  mm. Szczelinę stanowiły dwa paski przyklejone do dna naczynia, które zmniejszyły głębokość do pewnej wielkości  $H_1$  (niepodanej w pracy). Odległość pomiędzy ich końcami wynosiła  $L = 14,7$  mm.

Na szczelinę kierowano wędrownika, któremu odpowiadała długość fali Faradaya równa  $\lambda_F = 4,75$  mm (rys. 10). Daje to wartość stosunku  $L/\lambda_F = 3,1$ . W doświadczeniu użyto 125 razy tej samej kropli, którą za każdym razem kierowano prostopadle do linii wyznaczonej przez szczelinę.



Rys. 10. Wędrownik przechodzący przez szczelinę



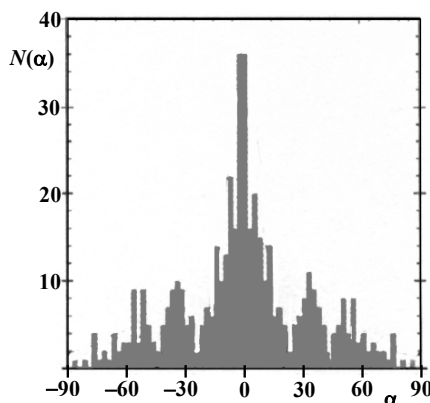
Rys. 11. Przykładowe torzy kropli wędrownika

Wyniki eksperymentu były następujące:

1. Kropla wędrownika skierowanego na szczelinę poruszała się oczywiście po jakimś określonym torze, który można było rejestrować za pomocą kamery. Mimo, że starano się zapewnić jednakowe warunki początkowe, torzy tych kropli bardzo różniły się od siebie. Trzy przykładowe torzy przedstawia rysunek 11. Po przejściu przez szczelinę i oddaleniu się od niej kropla poruszała się po linii prostej.
2. Dla każdego z takich torów zmierzono kąt odchylenia  $\alpha$  wspomnianego fragmentu prostoliniowego od kierunku początkowego. Sporządzono histogram zależności liczby zdarzeń  $N$  od kąta  $\alpha$ . Przedstawia go rysunek 12.

Uzyskany wykres jest podobny do „zwykłej” dyfrakcji światła na pojedynczej szczelinie. W doświadczeniu:

- pierwsze minimum boczne pojawia się dla kąta  $\alpha \approx 24^\circ$ ;
  - stosunek wartości prawdopodobieństwa w pierwszym maksimum bocznym do wartości prawdopodobieństwa w maksimum głównym wynosi około 0,2.
- Wyniki można byłoby porównać ze „szkolnymi” wzorami, opisującymi dyfrakcję światła na pojedynczej szczelinie:
- warunek  $\sin\alpha = \frac{\lambda_F}{L} = 0,32$  daje kąt  $\alpha \approx 19^\circ$ , czyli nieco mniej niż w doświadczeniu;
  - stosunek wartości prawdopodobieństwa w pierwszym maksimum bocznym do wartości prawdopodobieństwa w maksimum głównym wynosi w tym przypadku około 0,04.



Rys. 12. Histogram zależności liczby zdarzeń  $N$  od kąta odchylenia  $\alpha$

Stosowalność tych wzorów jest jednak problematyczna. Są one słuszne wtedy, kiedy odległość od szczeliny do punktu obserwacji  $l$  jest znacznie większa i od długości fali  $\lambda$  i od szerokości szczeliny  $L$ . W warunkach opisywanego eksperymentu  $l/\lambda_F$  wynosi około 16, a  $l/L$  około 5.

Autorzy przeprowadzili złożone symulacje komputerowe ruchu kropli, która oddziaływała z falą pierwotną i falami odbitymi przez ścianki szczeliny. Nie będziemy tu omawiać dokładniej użytych w tych obliczeniach przybliżeń. Użytkownicy takich rachunków rozsądną zgodność z wynikami eksperymentu.

W podobny sposób zbadano też dyfrakcję wędrownika na dwóch szczelinach.

### I co z tego wynika?

W omawianych pracach badano właściwości klasycznego układu korpuskularno-falowego, złożonego z kropli i sprzężonej z nią fali na powierzchni cieczy. Właściwości takich tworów okazały się rzeczywiście zdumiewające.

Trudno jednak uniknąć pytania bardziej podstawowego: czy istnieje jakiś związek pomiędzy omawianym układem klasycznym a „prawdziwym” dualizmem korpuskularno-falowym cząstek elementarnych? Idea korpuskuły sprzężonej z falą nie jest w tym przypadku nowa, pochodzi od Luisa de Broglie’a.

### Literatura

- [1] Y. Couder, E. Fort, C.G. Gautier, A. Baudaoud, *From Bouncing to Floating: Noncoalescence of Drops on a Fluid Bath*, PRL **94**, 177801 (2005).
- [2] Y. Couder, S. Protière, E. Fort, A. Baudaoud, *Walking and orbiting droplets*, Nature **437**, 208 (2005).
- [3] Suzie Protière, Arezki Baudaoud and Yves Couder, *Particle-wave association on a fluid interface*, J. Fluid. Mech. **554**, 85 (2006).
- [4] Yves Couder and Emmanuel Fort, *Single-Particle Diffraction at a Macroscopic Scale* PRL **97**, 154101 (2006).