„Brakująca" masa

Sergej Faletič[1,2] *i Gorazd Planinšič*[1]

[1] *Faculteta za matematico in fiziko, Univerzi v Ljubljani, Slovenia*

[2] *Srednja šola Josipa Jurčiča, Ivančna Gorica, Slovenia*

Doświadczenie życia codziennego uczy nas, że masa (uzyskiwana poprzez ważenie) jest wielkością addytywną. Jeżeli stanę na wadze, trzymając krzesło w ręku, wartość odczytana na podziałce będzie równa sumie wartości, które byłyby wskazywane oddzielnie dla mnie i dla krzesła. Opisane poniżej doświadczenie pokazuje jawny paradoks związany z tym mniemaniem i pozostawia miejsce do dyskusji. Aby go przeprowadzić, potrzebne będą następujące rzeczy:

- zwykły balonik używany na przyjęciach (tzw. balony wodne są zbyt małe)
- mała pompka, która wykorzystuje naboje ze sprężonym powietrzem; używaliśmy nabojów zawierających 16 g CO_2 (zgodnie z napisem na etykiecie); pompkę można zastąpić pastylkami musującymi, jak opisano w przypisie
- waga o dokładności 1g lub lepszej
- termometr i przyrząd do pomiaru ciśnienia (opcjonalnie)

Plan doświadczenia jest następujący:
Na początku odczytujemy wskazanie wagi dla pustego balonika m_{bal} i wskazanie dla pompy zawierającej wypełniony gazem nabój m_{pomp}.

Następnie za pomocą pompy przepompowujemy cały gaz z naboju do balonika i zdejmujemy balonik, zabezpieczając wylot supłem. Wtedy możemy sprawdzić wskazanie wagi dla wypełnionego gazem balonika m_{bal}' i wskazanie wagi dla pompy zawierającej pusty nabój m_{pomp}'.

Ostatecznie chcemy stwierdzić, czy w doświadczeniu masa jest zachowana, sprawdzamy więc, czy przyrost masy balonika jest równy masie wpompowanego gazu:

$$m_{bal}' - m_{bal} = m_{gaz},$$

gdzie

$$m_{gaz} = m_{pomp} - m_{pomp}'.$$

Oczekujemy zgodności na poziomie podwójnej dokładności wagi. Poszczególne etapy pomiaru pokazane są na rys. 1.

(a)

(b)

c)

d)

Rys. 1. Cztery etapy pomiaru: a) masa pustego balonika, b) masa pompy z pełnym nabojem, c) masa pompy i pustego naboju (umieszczonego wewnątrz pompy) d) masa napełnionego balonika

Otrzymaliśmy następujące rezultaty,

m_{bal} = 3,4 g

m_{pomp} = 126,9 g

m_{bal}' = 9,0 g

m_{pomp}' = 111,1 g $\geq m_{gaz}$=15,8 g

I tu pojawia się niespodzianka: $m_{bal}' - m_{bal} = 5{,}6$ g !

Zmierzony przyrost masy balonika jest o ok. 10 g mniejszy od oczekiwanego! Gdzie popełniliśmy błąd? Zmiana masy pompy z nabojem ($m_{pomp} - m_{pomp}'$) wyniosła 15,8 g, co jest zgodne z napisem na etykiecie (16 g). Spodziewamy się, że zaszedł jakiś proces albo zjawisko, którego nie uwzględniliśmy, a które jest odpowiedzialne za jawny ubytek masy. Ktoś może podejrzewać, że brakujące 10 g gazu uszło do pomieszczenia podczas pompowania, ale trudno uwierzyć, że nie zauważylibyśmy uchodzenia ponad połowy początkowej ilości gazu. Dokładna kontrola pompy i dodatkowe środki ostrożności takie jak zaciśnięcie wylotu balonika linką upewniły nas, że to nie był upływ gazu.

Pora więc na nowo zweryfikować postulat, zgodnie z którym: $m_{w\ środku} = m_{pełny} - m_{pusty}$. W końcu czyż nie jest prawdą, że jeśli wypełnimy balonik helem, to nie tylko, że nie będzie on cięższy niż gdyby był pusty, ale stanie się lżejszy i zacznie się wznosić. Zatem powyższy postulat nie jest prawdziwy. Jeśli wypełnimy czymś balonik, zwiększamy w ten sposób masę całości, zatem to, co pokazywane było na skali wagi nie było tak naprawdę masą. Zatem co pokazywała waga? Dochodzimy do wniosku, że była to siła, którą dany obiekt działał na wagę. Najczęściej jest ona z zadowalającą dokładnością równa co do wartości sile oddziaływania grawitacyjnego pomiędzy Ziemią a przedmiotem. Czasami jednak takie przybliżenie zawodzi.

Brakująca masa znaleziona

Przykładowo, jeśli ważymy ciało zanurzone wraz z wagą w wodzie, otrzymamy siłę, która jest znacząco mniejsza od ciężaru ciała. Jest to spowodowane istnieniem dodatkowej siły wyporu. Siła wyporu jest konsekwencją różnicy ciśnień otaczającego płynu (gazu lub cieczy) pomiędzy najwyższymi i najniższymi punktami ciała. Jej wartość można obliczyć ze wzoru

$$F_b = \rho_f gV$$

gdzie V jest objętością ciała, ρ_f jest gęstością otaczającego płynu, a g to przyspieszenie ziemskie. Siła wyporu działa przeciwnie do siły ciężkości, której wartość można wyrazić wzorem

$$F_g = \rho_o gV$$

gdzie V jest nadal objętością ciała, zaś ρ_o oznacza jego gęstość. Tak więc efektywny ciężar ciała co do wartości jest różnicą tych dwóch sił, która jest proporcjonalna do różnicy gęstości:

$$F_{eff} = F_g - F_b = Vg(\rho_o - \rho_f)$$

Ponieważ gęstość gazu CO_2 jest porównywalna z gęstością powietrza, efekty związane z wyporem nie są zaniedbywalnie małe.

Tak więc prawidłowa interpretacja „masy” wskazywanej przez wagę jest następująca:

$$m_{bal}' = m_{bal} + m_{gaz} - \frac{F_b}{g},$$

gdzie F_b oznacza, jak poprzednio, wartość siły wyporu. Aby obliczyć F_b, musimy znać objętość balonika z gazem. Możemy jednak odwrócić problem, tzn. obliczyć objętość wypełnionego balonika na podstawie wskazań wagi, które znamy. Zrobimy tak, ponieważ objętość balonika może być obliczona co najmniej dwoma innymi sposobami. Na końcu porównamy wartości objętości wyznaczone różnymi sposobami i jeśli będą zgodne, to potwierdzi się słuszność naszego rozumowania.

Z ostatniego równania i wyrażenia na F_b otrzymujemy

$$V_{bal} = \frac{m_{bal} + m_{gaz} - m_{bal}'}{\rho_f} \quad ,$$

gdzie ρ_f jest gęstością powietrza (1,20 kg/m^3). Korzystając z wyników naszych pomiarów, dostajemy

$$V_{bal} = 8{,}5 \text{ dm}^3.$$

Obliczymy następnie objętość balonika dwoma innymi sposobami.

Wyznaczenie objętości balonika

Załóżmy, że kształt powierzchni balonika można przybliżyć elipsoidą. Możemy zmierzyć promienie, umieszczając balonik pomiędzy dwiema równoległymi ściankami (np. pomiędzy dwoma pudełkami od butów) i mierząc odległość między nimi. Zakładamy, że dwa równikowe promienie a i b są w przybliżeniu równe, zaś promień biegunowy c musi być zmierzony oddzielnie. Objętość balonika obliczamy ze wzoru na objętość elipsoidy

$$V = \frac{4\pi}{3} abc \; .$$

W naszym przypadku zmierzyliśmy $2a = 2b = 24$ cm i $2c = 28$ cm, co daje objętość

$$V_{bal} = 8{,}4 \text{ dm}^3.$$

Objętość balonika z równania stanu gazu doskonałego

Jednym ze sposobów na wyznaczenie objętości balonika jest wykorzystanie równania stanu gazu doskonałego:

$$V = \frac{m}{pM} RT \; .$$

Aby otrzymać objętość, musimy zmierzyć temperaturę i ciśnienie gazu wewnątrz balonika, podczas gdy masa i masa molowa gazu CO_2 są znane (m = 15,8 g w naszym przypadku i M = 44 kg/kmol). Po napełnieniu balonika odczekaliśmy ok. 10 min, aby się upewnić, że temperatura gazu wewnątrz jest równa temperaturze pokojowej (w naszym przypadku T = 20°C = 293 K). Ciśnienie można zmierzyć za pomocą odpowiedniego przyrządu, ale jeśli nie jest on dostępny, można przyjąć ciśnienie atmosferyczne jako dobre przybliżenie (okazuje się, że ciśnienie wewnątrz balonika jest tylko o 5% większe od ciśnienia atmosferycznego). W naszym przypadku zmierzyliśmy wartość $p = 101,6$ kPa. Korzystając z tych danych, wyliczamy z równania stanu:

$$V_{bal} = 8,6 \text{ dm}^3.$$

Wnioski

Jak pokazano powyżej, trzy wartości objętości balonika zgadzają się bardzo dobrze. Przekonuje nas to o tym, że nasze zrozumienie fizyki tego zagadnienia było poprawne (na poziomie elementarnym). Pokazuje również zgodność wniosków uzyskanych różnymi drogami.

Pozostaje jeszcze jeden problem. Nie chcemy uwolnić CO_2 do atmosfery – i tak jest go tam za dużo. Co więc można zrobić? Możesz poprosić nauczyciela chemii, aby zorganizował doświadczenie, w którym wykorzysta balon wypełniony CO_2, aby pokazać znane reakcje dwutlenku węgla i wody wapiennej.

Przypis

Jeżeli nie dysponujesz pompką i nabojami z CO_2, możesz użyć tabletki musującej (zazwyczaj witaminy) która wrzucona do wody uwalnia dwutlenek węgla. W tym przypadku należy wlać trochę wody do balonika i pokruszyć tabletkę na mniejsze kawałki, aby mogły przejść przez wylot balonika. Następnie wystarczy porównać wskazania wagi dla pustego balonika, tabletek i wody ze wskazaniem dla całości na końcu doświadczenia.

Tłum. WZ

Gorazd Planinšič jest profesorem fizyki na uniwersytecie w Lublanie, zajmuje się własnościami cienkich warstw metali, kieruje Zakładem Dydaktyki Fizyki, jest sekretarzem generalnym GIREP.

Sergej Faletič jest nauczycielem fizyki w szkole średniej w Ivančnej Goricy oraz pracownikiem uniwersytetu w Lublanie.