

Dziwy świata kwantowego¹

Henryk Arodź

Instytut Fizyki UJ

1. Wstęp

Zjawiska kwantowe odkryto około 100 lat temu, a od ponad 80 lat znamy doskonałą ich teorię: mechanikę kwantową. Od ponad 50 lat znamy też znacznie ogólniejszą od niej kwantową teorię pól. Nie są to więc rzeczy nowe – z perspektywy roku 2008 mechanika kwantowa jest niewiele młodsza od elektrodynamiki Maxwella i jest ona, podobnie jak elektrodynamika, jednym z filarów współczesnej fizyki. W niniejszym artykule – reportażu ze świata kwantowego – opisuję fragmenty, niekiedy bardzo drobne, lecz charakterystyczne, świata materialnego z uwzględnieniem zjawisk kwantowych. Celowo wybrałem przykłady proste, niektórzy zawodowi fizycy mogą nawet uznać je za banalne. Moim zdaniem, właśnie one pokazują chyba najlepiej, jak niezwykle jest świat kwantowy, a przy tym wolne są od otoczki nieporozumień związanej np. z tzw. paradoksem Einsteina-Podolskiego-Rosena lub z nierównościami Bella.

Świat kwantowy jest niezwykle w tym sensie, że zjawiska fizyczne, w których dominują cechy kwantowe są bardzo odmienne od postrzeganych bezpośrednio naszymi zmysłami. Jednakże wiadomo od dawna, że w wypadku świata materialnego tego typu niezwykłość nie jest czymś nadzwyczajnym, a raczej regułą. Gdybyśmy naiwnie wierzyli naszym zmysłom, to twierdzilibyśmy, że światło biegnie z prędkością nieskończoną, że Słońce obiega Ziemię a Księżyc wykonuje jakieś dziwne płasy poruszając się w przestrzeni, przy czym prawie zawsze coś go przysłania, że woda i powietrze są ciągłe (nie widzimy przecież cząsteczek) itd. Obraz świata materialnego kreślony przez fizykę na ogół nie jest zgodny z naszym bezpośrednim doświadczeniem zmysłowym i naszymi potocznymi intuicjami, które są poprawne jedynie w bardzo ograniczonym zakresie.

Podkreślmy, że mimo iż świat kwantowy różni się bardzo od świata klasycznego i jest sprzeczny z naszymi potocznymi intuicjami, niemniej jednak to właśnie on jest światem rzeczywistym. Przez świat klasyczny rozumiemy tutaj hipotetyczny świat materialny podlegający prawom fizyki, nieuwzględniającym mechaniki kwantowej. Świat klasyczny w przyrodzie po prostu nie istnieje. Na poziomie naszych doznań zmysłowych przekonanie o klasyczności świata wynika z małej dokładności naszych zmysłów, na poziomie teorii zaś teorie klasyczne, np. mechanika klasyczna oparta na zasadach dynamiki Newtona, nie są

¹ Wykład wygłoszony na Przedszkolu Fizyki w czerwcu 2007.

niczym więcej jak jedynie przybliżeniem do teorii kwantowych. Według współczesnej fizyki, świat materialny jest jeden i jest on kwantowy. Należy natychmiast dodać, że w wielu zagadnieniach przybliżenie klasyczne jest bardzo dokładne i całkowicie wystarczające.

Kluczową rolę w poznawaniu kwantowej natury świata materialnego odgrywają starannie przygotowane eksperymenty, często bardzo trudne do zrealizowania, a także narzędzia matematyczne umożliwiające bardzo dokładny opis matematyczny tego świata. W niektórych zagadnieniach osiągnięto fantastyczną dokładność przewidywań teoretycznych rzędu 10^{-10} %. Nie ma wątpliwości co do tego, że fizycy bardzo dobrze poznali własności świata kwantowego, chociaż nie można wykluczyć, iż coraz dokładniejsze eksperymenty przyniosą jakieś niespodzianki i w konsekwencji zmuszą nas do odejścia od mechaniki kwantowej i kwantowej teorii pól w ich obecnych sformułowaniach i przyjęcia nowych, jeszcze lepszych teorii.

Do świata klasycznego z pewnością nie należy wnętrze atomu. Tutaj przybliżenie klasyczne na ogół zawodzi. Masa spoczynkowa elektronu, oznaczana zwykle przez m_e , wynosi zaledwie $0,91 \cdot 10^{-27}$ g, a typowe bezwzględne wartości energii elektronu w atomie są rzędu elektronowolta, tj. rzędu $1,6 \cdot 10^{-19}$ J (energia ta jest ujemna). Liczby te są zapewne znane, niemniej jednak przytaczamy je, aby unaocnić jak niesłychanie są one małe. Gdyby masę elektronu powiększyć $2,3 \cdot 10^{27}$ razy, to otrzymalibyśmy masę jednej łyżki wody, a masa łyżki wody zwiększona o ten sam czynnik zrównałaby się z masą Ziemi. Rozmiar atomu jest rzędu 10^{-8} cm. Powiększając go 10^8 razy otrzymamy 1 cm, a odcinek o długości 1 cm powiększony o ten sam czynnik sięgałby w linii prostej od Krakowa do Genui. Nie powinniśmy więc być zdziwieni, że wnętrze atomu rządzi się prawami bardzo odmiennymi od praw wystarczających do opisu świata makroskopowego, gdzie efekty kwantowe są zaniedbywalnie małe. Zauważmy, że rozmiar atomu jest jednak większy niż można by się spodziewać na podstawie wyżej przedstawionej proporcji mas elektronu i łyżki wody („tylko” czynnik 10^8 w porównaniu z 10^{27}). Związane jest to m.in. z długozasięgowością oddziaływań elektromagnetycznych.

Mechanika kwantowa do dzisiaj jest otoczona aurą tajemniczości i niezwykłości. Tymczasem, jak każda teoria fizyczna, całkiem prozaicznie dotyczy ona materii i oczywiście nie zawiera żadnych elementów ezoterycznych. Co więcej, mechanika kwantowa okazuje się być teorią na swój sposób prostą, jednakże pod warunkiem, że odłożymy na bok nasze intuicje fizyczne ze świata makroskopowego i nie będziemy próbowali interpretować zjawisk kwantowych, używając wyobrażeń i pojęć z fizyki klasycznej. Nie oznacza to, że odkrywanie praw fizyki obowiązujących w świecie kwantowym było łatwe. Wręcz przeciwnie, można się zadumać nad niezwyklej dociekliwością i przenikliwością jej odkrywców.

2. Cząstka kwantowa

2.1. Stany cząstki kwantowej

Aby uniknąć zbędnych komplikacji, zajmijmy się jednym z najprostszych obiektów kwantowych: tak zwaną cząstką punktową bezspinową o większej od zera masie m . Przyjmijmy, że może ona poruszać się jedynie wzdłuż osi x – z tego powodu mówimy, że jest to cząstka jednowymiarowa. Zaznaczmy od razu, iż punktowość tej cząstki bynajmniej nie oznacza, że zajmuje ona jeden punkt w przestrzeni – jest to przykład określenia mogącego zmylić Czytelnika, niestety w literaturze dotyczącej teorii kwantowych można znaleźć ich wiele. Przypomnijmy, że w mechanice klasycznej stan tej jednowymiarowej cząstki w danej chwili czasu t matematycznie opisujemy podając jej położenie $X(t)$ na osi x oraz jej prędkość $dX(t)/dt$ w tejże chwili – w tym wypadku termin „cząstka punktowa” ma znaczenie dosłowne. W wypadku cząstki kwantowej dokładniejsze byłoby określenie „cząstka, która w przybliżeniu klasycznym jest cząstką punktową”, ale oczywiście jest ono zbyt długie. W mechanice kwantowej stan cząstki w danej chwili czasu t najczęściej jest reprezentowany przez tzw. funkcję falową, jednak poniżej używać będziemy tzw. opisu hydrodynamicznego, zobacz np. § 9 w [1], który jest bardziej poglądowy². W opisie hydrodynamicznym stan cząstki kwantowej w danej chwili czasu t jest reprezentowany przez parę funkcji $\rho(x, t)$, $\chi(x, t)$ o wartościach rzeczywistych. Związek tych funkcji z funkcją falową podajemy w Dodatku na końcu artykułu. Wartości funkcji ρ są nieujemne – funkcja ta daje gęstość cząstki kwantowej. Cząstka ma więc pewien rozkład gęstości, jest pewnym obłokiem materii rozciągniętym na osi x , a nie punktem. Podkreślmy, że chodzi nam o gęstość cząstki, a nie gęstość jej masy. Ponieważ mamy jedną cząstkę na całej osi x , więc

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx \rho(x) = 1. \quad (1)$$

Gęstość masy jest równa $m\rho$, gdzie m jest masą cząstki. Bardzo ważne jest, że ten obłok materii tworzący cząstkę kwantową ma własności fizyczne bardzo odmienne od własności obłoków materii znanych ze świata makroskopowego, takich jak kropla wody czy obłok gazu. Widać to już z postaci wzoru (3) na energię cząstki podanego niżej. Jednakże chyba najdziwniejszą cechą tej materii kwantowej jest jej integralność – obłok będący cząstką kwantową można deformować i rozdzielać na kilka części dowolnie odległych od siebie, ale żadnej z tych części nie można usunąć bez wpływu na pozostałe – mimo, że oddalone od siebie, pozostają one w ścisłym związku ze sobą, są „skorelowane”. Własno-

² Ograniczamy się do najprostszych sytuacji fizycznych, w których cząstka znajduje się w tzw. stanach czystych. Pełna przestrzeń stanów cząstki kwantowej zawiera również tzw. stany mieszane.

ści materii kwantowej tworzącej cząstkę są absolutnie niezwykle. Fizyka klasyczna zupełnie nie nadaje się do jej opisu. Jej zastosowanie daje kompletnie fałszywe wyniki. Na przykład, rozumując klasycznie można by się spodziewać, że ponieważ elektron ma ładunek elektryczny, ten obłok materii ma energię elektrostatyczną związaną z rozkładem przestrzennym ładunku. Tymczasem prawidłowy wzór na energię cząstki (3) takiej energii nie zawiera. Co więcej, nie obserwuje się też ekspansji tego obłoku, która byłaby spowodowana odpychaniem elektrostatycznym różnych jego części jednoimiennie naładowanych³ – tutaj błąd znowu polega na klasycznym spojrzeniu na materię kwantową. Odpychania elektrostatycznego w jednej cząstce nie ma, ale występuje ono między dwoma elektronami. Są to fakty doświadczalne!

Funkcja χ jest tzw. potencjałem prędkości, co znaczy, że prędkość $v(x, t)$ fragmentu cząstki (czyli fragmentu owego obłoku materii kwantowej) w punkcie x w chwili t jest dana wzorem

$$v(x, t) = \frac{\hbar}{m} \frac{\partial \chi}{\partial x} \quad (2)$$

gdzie $\hbar = 1,0546 \cdot 10^{-34}$ J · s jest stałą Plancka. Wartość funkcji v w punkcie x i chwili t nazywamy lokalną prędkością fragmentu cząstki.

Widzimy, że stan naszej jednowymiarowej cząstki kwantowej jest o wiele bogatszy w szczegóły niż stan cząstki klasycznej: dwie funkcje w miejsce dwu liczb. Oznacza to, że cząstka kwantowa ma *a priori* nieskończenie wiele razy więcej możliwości zachowania się pod wpływem danej siły zewnętrznej niż cząstka klasyczna. W szczególności, cząstka kwantowa w danej chwili czasu „czuje” wartości siły w wielu punktach przestrzeni (czyli reaguje na pole siły), podczas gdy cząstka klasyczna odczuwa jedynie siłę w jednym punkcie przestrzeni, tym, w którym cząstka się aktualnie znajduje.

Całkowita energia cząstki w stanie (ρ, χ) jest dana wzorem

$$E = \int dx \left[\frac{m}{2} \rho v^2 + \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial \sqrt{\rho}}{\partial x} \right)^2 + \rho U(x) \right]. \quad (3)$$

Człony pierwszy i ostatni są zgodne z intuicjami klasycznymi, odpowiadają one odpowiednio energii kinetycznej i potencjalnej. Nowością jest człon drugi. Jego kwantowe pochodzenie jest widoczne w tym, że zawiera on stałą Plancka \hbar . Jest on nazywany członem gradientowym. Jego obecność powoduje, że stany ze szybko zmienną (z x -em) funkcją ρ mają na ogół energię większą niż stany, dla których wykres tej funkcji jest płaski. Jeśli chcemy zmniejszyć energię cząstki, należy umożliwić jej rozplątanie się na jak największy fragment osi x , aby

³ Za to występuje ekspansja spowodowana tzw. ciśnieniem kwantowym, zobacz niżej.

energia gradientowa była mała. Oczywiście energetycznie korzystne jest też ulokowanie się w pobliżu minimum potencjału U oraz mała energia kinetyczna.

Zmianę stanu cząstki klasycznej w czasie określa równanie Newtona. Jego odpowiednikiem dla cząstki kwantowej jest równanie Schrödingera (zobacz Dodatek). Rozwiązując to równanie otrzymujemy funkcje ρ, χ dla dowolnego czasu t jeśli tylko znamy je w pewnej dowolnie ustalonej chwili t_0 . Ogólnie, zarówno gęstość cząstki jak i prędkości jej fragmentów mogą zmieniać się z czasem. Dzięki temu w świecie kwantowym możliwe są procesy nieistniejące w świecie klasycznym. Znanym przykładem jest przechodzenie jednej cząstki kwantowej równocześnie przez dwie szczeliny w przegrodzie. Dodajmy, że zwykle przy tym część cząstki w ogóle nie przechodzi tylko się odbija od przegrody. Po jakimś czasie część cząstki znajduje się daleko przed przegrodą, a druga za przegrodą i obie części się od przegrody oddalają. Takie zjawisko jest drastycznie sprzeczne z naszymi, opartymi na mechanice Newtona, wyobrażeniami o ruchu jednej cząstki, niemniej doświadczenia potwierdziły to zjawisko. To rozmiękanie się naszej intuicji z faktami jest spowodowane tym, że zjawiska kwantowe są niesłychanie subtelne. Są one wyraźnie widoczne w wypadku obiektów bardzo małych i nie poddanych zbyt wielu oddziaływaniom – żaden z tych warunków nie jest spełniony w wypadku przedmiotów postrzeganych bezpośrednio naszymi zmysłami.

2.2. Stany stacjonarne

Stan stacjonarny to z definicji stan, w którym gęstość cząstki ρ oraz lokalna prędkość v nie zmieniają się w czasie, mimo działających na cząstkę sił. Zauważmy, iż dla stanu stacjonarnego warunki te nie wykluczają zależności potencjału prędkości χ od czasu. W wypadku cząstki kwantowej żyjącej w świecie jednowymiarowym, stany stacjonarne muszą mieć $v = 0$. Wynika to z faktu, że w takim świecie nie są możliwe wiry, a tylko niezmienny w czasie wir może mieć prędkość $v \neq 0$ i niezależną od czasu gęstość cząstki ρ^4 .

Zacytujmy wyniki dotyczące cząstki zamkniętej na odcinku o długości a i nie poddanej działaniu żadnych sił poza działającymi w punktach końcowych odcinka siłami zawracającymi cząstkę. Możemy więc przyjąć, iż $x \in [0, a]$, $U = 0$ na tym odcinku, $\rho = 0$ w punktach końcowych odcinka. Okazuje się (zobacz np. § 23 w [1]), że cząstka taka ma przeliczalną liczbę stanów stacjonarnych, ponumerowanych liczbą naturalną n , w których

$$\rho_n(x) = A_n \sin^2\left(\pi n \frac{x}{a}\right),$$

⁴ Dodajmy, że nasuwający się tu kontrprzykład, a mianowicie funkcja ρ niezależna od x oraz od t i stała funkcja v różna od 0, jest wykluczony przez warunek (1).

gdzie $n = 1, 2, 3, \dots$ Energia cząstki w n -tym stanie stacjonarnym jest dana wzorem

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ma^2}. \quad (4)$$

Aby zobaczyć, jakie są wartości tych energii przyjmijmy, że nasza cząstka znajduje się w pierwszym stanie stacjonarnym. Dla pyłku o masie 10^{-6} g uwięzionego na odcinku o długości $a = 1$ mm, otrzymujemy $E_1 \approx 0,5 \cdot 10^{-52}$ J. Tak małej energii, oczywiście, nie można zmierzyć żadną dostępną dzisiaj metodą. Co więcej, pyłek zwykle znajduje się w środowisku o pewnej niezerowej temperaturze T i jest poddany oddziaływaniom z drobinami je tworzącymi. Aby kwantowe poziomy energii E_n były łatwo widoczne, średnia energia ruchów termicznych wynosząca (orientacyjnie) kT , gdzie k jest stałą Boltzmana, powinna być mniejsza niż odstęp między poziomami. W przeciwnym wypadku cząstka będzie bardzo szybko przeskakiwać między różnymi stanami stacjonarnymi i w efekcie zaobserwujemy jakąś uśrednioną energię E wyraźnie różną od E_1 . Jeśli zaś energia kT jest mniejsza od E_1 , to cząstka będzie długo pozostawać w pierwszym stanie stacjonarnym, a opuszczać go na bardzo krótko, więc jej średnia energia będzie z dobrym przybliżeniem równa E_1 . Warunek $kT < E_1$ daje następujące ograniczenie na temperaturę: $T < 3,5 \cdot 10^{-30}$ K. Nawet jeśli skonstruujemy przyrząd pozwalający mierzyć energię z żadaną dokładnością, to pozostanie problem, jak obniżyć temperaturę otoczenia cząstki – przypomnijmy, że najniższe osiągalne obecnie temperatury są rzędu 10^{-9} K.

Interesujące jest oszacowanie maksymalnej dopuszczalnej temperatury otoczenia w wypadku elektronu. Podstawiając $a = 10^{-2}$ mm i $m = m_e$, co odpowiada elektronowi uwięzionemu w króciutkim druciku z przewodnika, otrzymujemy $E_1 \approx 0,5 \cdot 10^{-34}$ J, a następnie raczej trudne do spełnienia ograniczenie na temperaturę: $T < 3,5 \cdot 10^{-12}$ K. Dla elektronu uwięzionego w jednowymiarowej „kropce kwantowej” mamy $a = 10^{-6}$ cm, co daje $E_1 \approx 0,5 \cdot 10^{-28}$ J oraz $T < 3,5 \cdot 10^{-6}$ K. Ten obszar temperatur jest dostępny eksperymentalnie. Gdy elektron uwięzimy na odcinku o rozmiarze atomu, $a = 10^{-8}$ cm, otrzymujemy $E_1 \approx 0,5 \cdot 10^{-17}$ J oraz $T < 3,5 \cdot 10^5$ K – kwantowe poziomy energii będą widoczne nawet w temperaturach znacznie przekraczających temperaturę łuku elektrycznego (10^4 K).

Wzór (4) pokazuje też, że istnieje tzw. ciśnienie kwantowe. Chodzi o to, że energia E_n rośnie, gdy maleje a . Zatem podczas przesuwania punktu o współrzędnej a , który można uważać za ściankę jednowymiarowego naczynia zawierającego cząstkę, w kierunku punktu o współrzędnej 0 (ten punkt jest drugą ścianką naszego jednowymiarowego naczynia), musimy wykonać dodatnią pracę. Oznacza to, iż cząstka wywiera na ścianki naczynia ciśnienie, tzw. ciśnienie kwantowe.

Właśnie ciśnienie kwantowe jest przyczyną tego, że cząstka w pustej przestrzeni nie ma stanów stacjonarnych, ponieważ przy braku ścianek rozplywa się

ona na całą pustą przestrzeń. Stany stacjonarne powstają, gdy ciśnienie kwantowe jest skompensowane przez jakąś siłę przytrzymującą. Pięknym przykładem równowagi między siłą przytrzymującą a ciśnieniem kwantowym są stany stacjonarne teoretycznego atomu wodoru, tzn. stany stacjonarne elektronu w polu kulombowskim punktowego protonu⁵. Stanów tych jest nieskończenie wiele. W większości z nich obłok materii kwantowej będący elektronem ma skomplikowany kształt. Niektóre, z pewnych powodów zwane stanami bazowymi, wyróżniają się symetrią, mimo dość złożonego kształtu. Przykład mamy na rysunku 1 (str. 49). Przedstawia on tzw. stan 4-2-1 atomu wodoru. W centrum znajduje się punktowe jądro naszego atomu wodoru, niewidoczne na rysunku. Ale to dzięki niemu elektron się nie rozplywa.

2.3. Skwantowany moment pędu

Moment pędu jest wielkością charakteryzującą ruch obrotowy. Aby umożliwić naszej jednowymiarowej cząstce wykonywanie takiego ruchu, umieścimy ją na okręgu o promieniu R . Okazuje się, że stany stacjonarne swobodnej cząstki na okręgu charakteryzują się równomiernym rozłożeniem się jej na całym okręgu,

$$\rho = 1/(2\pi R),$$

a także stałą na całym okręgu szybkością v (zatem każdy punkt „chmurki” ma taką samą szybkość). Pokażemy, że ta szybkość nie może być dowolna!

Z jednej strony mamy wzór (2), w którym x jest teraz odległością wzdłuż okręgu mierzona od jakiegoś dowolnie wybranego punktu odniesienia, a więc zmienia się w zakresie od 0 do $2\pi R$. Ponieważ wzór (2) mówi, iż przyrost funkcji χ na jednostkę długości jest równy $v m/\hbar$, więc

$$\chi(0) - \chi(2\pi R) = 2\pi R v \frac{m}{\hbar}. \quad (5)$$

Z drugiej strony, ponieważ $x = 0$ oraz $x = 2\pi R$ odpowiadają temu samemu punktowi okręgu, $\chi(0)$ i $\chi(2\pi R)$ nie są całkiem niezależne. Jednakże byłoby błędem przyjęcie, iż muszą one być sobie równe. Prawidłowy jest natomiast słabszy warunek

$$\chi(0) - \chi(2\pi R) = 2\pi n, \quad (6)$$

gdzie n może być dowolną liczbą całkowitą. Jest to związane z tym, że we wzorach dla wielkości mierzalnych w mechanice kwantowej funkcja χ nie występuje bezpośrednio, lecz poprzez $\cos \chi$ i $\sin \chi$. Wzór (2), w którym występuje pochodna $\partial\chi/\partial x$ nie przeczy tej regule, bowiem

$$\frac{\partial\chi}{\partial x} = \cos \chi \frac{\partial \sin \chi}{\partial x} - \sin \chi \frac{\partial \cos \chi}{\partial x}.$$

⁵ Realny atom wodoru ma znacznie bardziej złożoną strukturę. Przyczyn jest wiele, wśród nich niezerowy promień protonu oraz oddziaływanie z kwantowym polem elektromagnetycznym.

W wypadku naszej cząstki na okręgu należy więc żądać by

$$\sin \chi(0) = \sin \chi(2\pi R), \cos \chi(0) = \cos \chi(2\pi R),$$

a to jest równoważne właśnie warunkowi (6). Uwzględniając ten warunek, otrzymujemy ze wzoru (5) że

$$v = \frac{\hbar}{mR} n. \quad (7)$$

Prędkość cząstki poruszającej się po okręgu i znajdującej się w stanie stacjonarnym jest skwantowana (!), bowiem jest ona całkowitą wielokrotnością prędkości $\frac{\hbar}{mR}$, którą można nazwać kwantem prędkości. Za tym idzie skwantowanie momentu pędu M_z tej cząstki: ponieważ $M_z = m v R$, więc

$$M_z = \hbar n.$$

Energia naszej kwantowej cząstki na okręgu w stanie stacjonarnym dana jest wzorem

$$E = 2\pi R \frac{m}{2} f^2 v^2 = \frac{\hbar^2 n^2}{2mR^2} = \frac{M_z^2}{2I},$$

gdzie $I = mR^2$ jest momentem bezwładności cząstki. Zauważmy zgodność ze wzorem znanym z mechaniki klasycznej.

Kwantowanie prędkości cząstki poruszającej się po okręgu jest oczywiście czymś bardzo niezwykłym. W wypadku jednej cząstki efekt ten jest widoczny jedynie w mikroświecie⁶. Wystarczy obliczyć wielkość kwantu prędkości $v_0 = \hbar/mR$ dla różnych wartości m i R . Dla makroskopowych wartości tych parametrów otrzymamy bardzo małą prędkość, np. dla $m = 1$ g; $R = 1$ cm mamy $v_0 \approx 10^{-27}$ cm/s, co oznacza, iż jeden obieg okręgu trwałby około $2 \cdot 10^{20}$ lat, czyli znacznie dłużej niż szacowany wiek Wszechświata. Pomiary prędkości cząstki nie są na tyle dokładne, by wykryć tak małe różnice prędkości cząstki, więc wydaje nam się, że prędkość cząstki może mieć dowolną wartość. Z kolei dla „atomowych” wartości m i R , np. $m = m_e$, $R = 0,5 \cdot 10^{-8}$ cm, otrzymujemy $v_0 \approx 2 \cdot 10^3$ km/s, czyli jeden obieg okręgu trwałby około $1,5 \cdot 10^{-16}$ s. Nic więc dziwnego, że w świecie atomu kwantowanie prędkości jest zjawiskiem dobrze widocznym (choć najczęściej mówi się o związanym z nim kwantowaniu momentu pędu).

⁶ Istnieją jednak układy fizyczne makroskopowe, tj. złożone z wielkiej liczby cząstek mogących poruszać się w trójwymiarowej przestrzeni (a nie tylko po okręgu), w których kwantowanie prędkości również występuje. Na przykład, skwantowana jest prędkość rotacji płynu w wirach w nadciekłym helu i w kondensacie BEC.

3. Pola kwantowe

W miarę poznawania własności kwantowych cząstek pojawiało się coraz więcej faktów, nie dających się wyjaśnić na gruncie teorii tych cząstek, czyli w ramach mechaniki kwantowej. Zaczniemy od czegoś, co nazywane jest spinem cząstek. Jeszcze w roku 1922, a więc na kilka lat przed powstaniem mechaniki kwantowej odkryto, że elektron posiada dipolowy moment magnetyczny (W. Gerlach, O. Stern). Przez pewien czas wnioskowano następująco: dipolowy moment magnetyczny świadczy o istnieniu prądów wirowych, a te z kolei są obecne, bo najprawdopodobniej elektron jest wirującą, naładowaną elektrycznie kulką. Rozumowanie to jest próbą zastosowania do opisu świata kwantowego rozumowania znanego z klasycznej elektrodynamiki. Nic dziwnego, że szybko wykazano, że nie jest ono poprawne. Prawidłowy, kwantowy opis spinu podali W. Pauli (1927) i P.A.M. Dirac (1928): w funkcji falowej elektronu należy uwzględnić, obok wektora wodzącego \vec{x} punktów zwykłej przestrzeni, tzw. zmienną spinową $\mu = \pm 1/2$:

$$\psi = \psi(\vec{x}, \mu, t).$$

Równoważnie można powiedzieć, iż elektron jest opisywany dwiema funkcjami falowymi: po jednej dla każdej z dwu wartości zmiennej μ . Opis hydrodynamiczny nadal jest możliwy, ale trzeba wprowadzić dodatkowe funkcje oprócz gęstości ρ i potencjału prędkości χ . Pozostaje zagadką, dlaczego istnieją cząstki, do opisu których nie wystarcza jedna funkcja falowa.

Inną zagadkową sprawą jest identyczność cząstek. Na przykład, wszystkie dane eksperymentalne znane obecnie wskazują na to, że elektrony są absolutnie identyczne. Jest to kolejna niesamowita własność materii kwantowej, całkowicie nieobecna w znanym z codziennego doświadczenia klasycznym świecie makroskopowym. Jej konsekwencją są przedziwne własności układu wielu elektronów. Weźmy na przykład prosty układ fizyczny złożony z dwu elektronów. Jest to oczywiście układ kwantowy. Okazuje się, że w stanach czystych tego układu, czyli dających się opisać funkcjami falowymi, owe dwa elektrony stapiają się w jeden obiekt fizyczny, takie „dwaelektrony”. Nie potrafimy w nim wskazać części, która należałaby do jednego elektronu! Pojedynczego elektronu w takim stanie nie da się śledzić. Gdy „złapiemy” jeden z tych elektronów, nie wiemy, który trafił do naszej pułapki. Dwa elektrony w stanie czystym tworzą układ silnie skorelowany, „splątany”, którego nie można rozłożyć na elektron 1 w stanie ψ_1 oraz elektron 2 w stanie ψ_2 ! Zachowanie cząstek w takim stanie wyda się paradoksalne, gdy spróbujemy zinterpretować je niekwantowo.

Kolejną zagadką jest istnienie antycząstek. Chodzi o to, że ewidentnie są one jakoś powiązane z cząstkami, bo mają dokładnie tę samą masę, spin, dipolowy moment magnetyczny, itd. Na przykład, pozyton różni się od elektronu jedynie znakiem ładunku elektrycznego. Coś musi łączyć te cząstki!

Mniej więcej około roku 1970 uznano, że cząstki należy wiązać z obiektami materialnymi zupełnie innego typu niż one same, a mianowicie z polami. Chyba najbardziej znanym przykładem takiego powiązania jest foton i kwantowe pole elektromagnetyczne – to było już wiadome od lat 30. minionego wieku. Znane z elektrodynamiki klasyczne pole elektromagnetyczne jest przybliżeniem do pola kwantowego. Dla wielu zagadnień jest ono wystarczające, ale w przyrodzie istnieje tylko pole kwantowe. Pole wypełnia całą przestrzeń i nie ma określonego kształtu. Posiada ono energię, pęd, moment pędu, itd. Jego istnienie nie jest uzależnione od jakichś cząstek, bądź źródeł. Jak każdy obiekt fizyczny, pole istnieje w każdej chwili czasu w określonym stanie. Właśnie stanami pola kwantowego są cząstki, a także układy wielu identycznych cząstek. Pole może też znajdować się w takich stanach, że liczba cząstek nie jest określona, lub w stanie w ogóle bez cząstek (tzw. stan próżniowy).

W szczególności, fotony są stanami kwantowego pola elektromagnetycznego. Z kolei wszystkie elektrony oraz pozytony we Wszechświecie są związane z jednym polem kwantowym, tzw. polem bispinorowym Diraca! Okazuje się, że w ramach takiego teoriopoloowego podejścia do cząstek można wyjaśnić, dlaczego wszystkie elektrony (lub pozytony) są jednakowe, oraz dlaczego elektron i pozyton mają dokładnie równe masy i przeciwne ładunki elektryczne. Podobnie jest z innymi cząstkami fundamentalnymi. Również spin pojawia się w naturalny sposób w powiązaniu z klasyfikacją pól pod względem ich zachowania przy transformacjach czasoprzestrzennych (w tym obrotach). Współczesna fizyka mikroświata jest oparta na teorii pól kwantowych. Niestety, ani doświadczalna, ani teoretyczna fizyka pól kwantowych nie są łatwe.

Podstawowymi obiektami materialnymi są więc pola kwantowe – cząstki są obiektami pochodnymi, a mianowicie pewnymi stanami pola. O materialnym istnieniu pola kwantowego świadczy mnóstwo opartych na tym założeniu obliczeń teoretycznych, które dają wyniki zgodne z obserwacjami. Na przykład, kwantowa teoria pól przewiduje możliwość anihilacji cząstki z jej antycząstką, a także powstawanie nowych cząstek podczas ich zderzeń. Wszystkie te nietrywialne procesy to nic innego, jak zmiany stanów pól kwantowych.

Jeszcze jednym argumentem za istnieniem pól kwantowych, w tym wypadku kwantowego pola elektromagnetycznego, jest efekt Casimira. Polega on na tym, że dwie równoległe, nienaładowane płyty z dobrze przewodzącego materiału, umieszczone w przestrzeni w której nie ma żadnych cząstek, przyciągają się z siłą znacznie większą niż siła przyciągania grawitacyjnego! Siłę tę obliczono w ramach teorii pól kwantowych i zmierzono. Przyczyną jej pojawienia się jest fakt, że przestrzeń nie jest pusta, lecz wypełnia ją kwantowe pole elektromagnetyczne, które w pobliżu płyt znajduje się w stanie próżni. Obecność płyt ma wpływ na postać stanu próżni kwantowego pola elektromagnetycznego. Im bliżej są płyty, tym mniejszą energię ma pole elektromagnetyczne w tym stanie.

Efekt ten jest mocnym argumentem za istnieniem w przyrodzie kwantowego pola elektromagnetycznego, a nie tylko układów fotonów.

4. Konkluzje

1. Zjawiska kwantowe są faktem przyrodniczym. Często są one całkowicie sprzeczne z naszą intuicją fizyczną, ale to tylko dodaje im atrakcyjności w oczach badaczy. Dzięki pracy pokoleń fizyków poznaliśmy szczegółowo własności świata kwantowego. Obecnie ta wiedza jest coraz szerzej wykorzystywana w technice.

2. Według współczesnej fizyki, świat materialny jest zbudowany z pól kwantowych. Są to najbardziej podstawowe elementy materii znane obecnie. Pozostało jednak wiele zagadek do rozwikłania. Na przykład, dlaczego wielu pól matematycznie możliwych nie obserwujemy w przyrodzie? Inną wielką zagadką jest pytanie, czy wprowadzone przez Einsteina pole grawitacyjne też ma naturę kwantową, podobnie jak np. pole elektromagnetyczne, czy może jest ono jedynie pewnym klasycznym przybliżeniem do większej i jeszcze nieznannej teorii kwantowej.

5. Dodatek

Funkcja falowa jednowymiarowej cząstki ma postać

$$\psi(x, t) = f(x, t) [\cos \chi(x, t) + i \sin \chi(x, t)] = f e^{i\chi}, \quad f = \sqrt{\rho},$$

gdzie x jest kartezyjską współrzędną punktu w 1-wymiarowej przestrzeni. Stanom fizycznym, tzn. realizowalnym w przyrodzie, odpowiadają gładkie funkcje f, χ zmiennych t oraz x .

Równania ruchu cząstki nierelatywistycznej, tzn. gdy $v \ll c \approx 3 \cdot 10^{10}$ cm/s, mają postać

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho v)}{\partial x}, \quad \rho = f^2, \quad (8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{m} \frac{\partial U}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\hbar^2}{2m^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sqrt{\rho}} \frac{\partial^2 \sqrt{\rho}}{\partial x^2} \right), \quad (9)$$

gdzie U jest energią potencjalną. To ostatnie równanie obowiązuje dla x, t takich, że $f \neq 0$. Równania te można wyprowadzić z równania Schrödingera

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} + U(x, t) \psi(x, t). \quad (10)$$

Jak widać, równanie (10) dla funkcji falowej jest dużo prostsze niż dwa równania (8), (9). To dlatego w literaturze dotyczącej mechaniki kwantowej

preferowana jest właśnie funkcja falowa i równanie Schrödingera, a nie opis hydrodynamiczny.

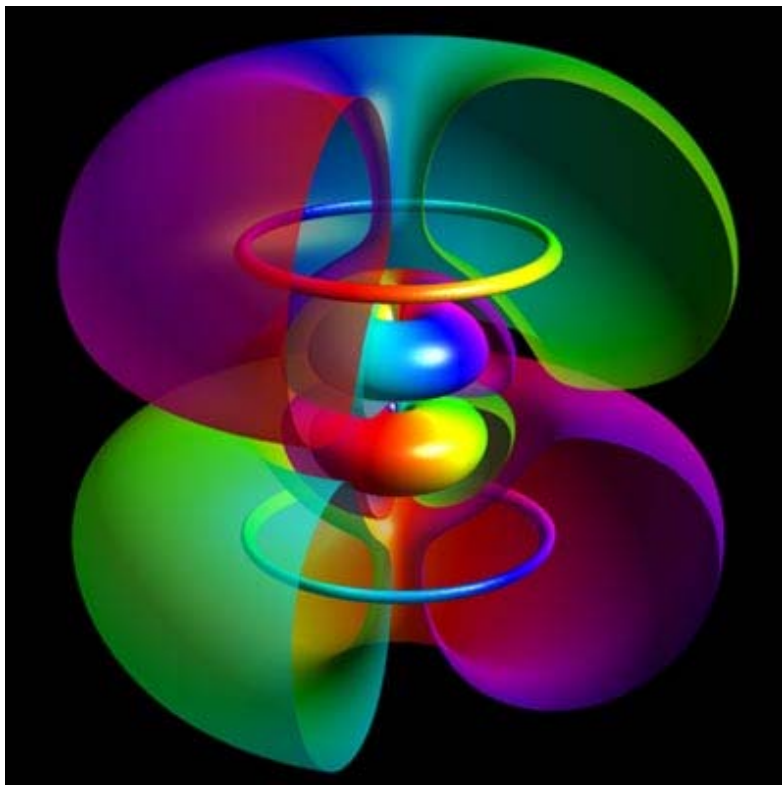
Ciśnienie kwantowe, o którym wspominam w artykule, jest blisko związane z relacją nieoznaczoności dla położenia i pędu cząstki.

Literatura

- [1] I. Białynicki-Birula, M. Cieplak, J. Kaminski, *Teoria kwantów. Mechanika falowa*, PWN, Warszawa 2001.
- [2] B. Thaller, *Visual Quantum Mechanics*, Springer, 2004.
- [3] R. Penrose, *Droga do rzeczywistości*. Prószyński i S-ka, 2006.

Prof. dr hab. Henryk Arodź jest kierownikiem Zakładu Teorii Pola w Instytucie Fizyki UJ. Jest autorem książki (wspólnie z K. Rościszewskim), podręcznika *Algebra i geometria analityczna w zadaniach* (Wyd. Znak). Na zdjęciu demonstruje solitony przedszkolakom w Zakopanem





Rysunek 1. Wizualizacja komputerowa stanu 4-2-1 atomu wodoru, zamieszczona na stronie <http://vqm.uni-graz.at> i wykorzystana za zgodą jej autora Berndta Thallera. Na widocznych powierzchniach gęstość elektronu ρ ma stałą wartość. Kolor jest związany z wartością potencjału prędkości χ . Wiele ilustracji zjawisk kwantowych można znaleźć też w [2]