

Modelowanie skoku z „krawędzi Kosmosu”

Przemysław Borys

Wydział Chemiczny, Politechnika Śląska w Gliwicach

W październiku bieżącego roku miliony osób na całym świecie z zapartym tchem śledziło na ekranach telewizorów „skok z krawędzi Kosmosu” wykonywany przez Felixa Baumgartnera w ramach projektu Red Bull Stratos. Skoczek za pomocą specjalnego balonu wyniesiony został w górny obszar stratosfery (39,045 km ponad powierzchnią Ziemi), skąd wyskoczył na Ziemię przekraczając prędkość dźwięku i bijąc rekord wysokości skoku spadochronowego. Poprzedni rekord wysokości został ustanowiony w 1960 roku przez Josepha Kittingera, skaczącego z wysokości 31,3 km w ramach Projektu Excelsior III.

W polskim internecie pojawiało się bardzo wiele opinii na temat skoku, lecz niewiele osób naprawdę wiedziało, jakie zjawiska fizyczne będą odgrywały w nim rolę. Spadochroniarze nie potrafili sobie wyobrazić przekroczenia prędkości 200 km/h, inni wskazywali na brak dźwięku w Kosmosie czy wreszcie możliwość odfrunięcia skoczka w otwartą przestrzeń bądź pozostania na orbicie. Nie jestem specjalistą od aerodynamiki, lecz pokusiłem się o rachunkowy opis skoku Baumgartnera i okazało się, że już przy zastosowaniu dość prostej fizyki wyniki całkiem dobrze zgadzają się z tym, co rzeczywiście zostało zaobserwowane.

Model atmosfery

Aby rozpocząć obliczenia, musimy dysponować modelem atmosfery. Łatwo odnaleźć dane tablicowe, które opisują zależność ciśnienia i gęstości atmosfery od wysokości, lecz my spróbujemy to wszystko wyliczyć ręcznie, tak jak to wyliczali autorzy tych tabel. Umożliwi nam to przynajmniej jakościowe zrozumienie zmian gęstości i ciśnienia atmosfery wraz z wysokością oraz zastosowanie ciągłych funkcji rozkładu dla tych wartości.

Obliczenia rozpoczniemy od pewnej obserwacji, której kiedyś uczyliśmy się już w szkole na lekcjach geografii. Otóż do wysokości 11 km ponad poziomem morza temperatura powietrza spada z wysokością w tempie około pół stopnia na każde 100 m. Ścisłej, w międzynarodowym modelu atmosfery przyjmuje się wartość 0,65 stopnia na 100 m, co opiszemy współczynnikiem $\alpha = 0,0065$ K/m. Uzyskujemy w ten sposób zależność temperaturową: $T = T_0 - \alpha \cdot h$.

Aby określić zmiany ciśnienia, towarzyszące zmianom wysokości, posłużymy się równaniem hydrostatycznym:

$$dp = -\rho g dh \quad (1)$$

które mówi, że zmiana ciśnienia dp , związana ze wzrostem wysokości h o dh , wynika ze zmiany ciężaru zalegających mas powietrza po usunięciu warstwy

o grubości dh . W równaniu występują dwa nieznanne parametry: ciśnienie oraz gęstość. Aby wyeliminować jeden z nich (gęstość), do modelu dokładamy równanie stanu gazu doskonałego:

$$\frac{pV}{T} = nR \quad (2)$$

z którego wynika, że:

$$p = \frac{n}{V} RT = \rho_{mol} RT \quad (3)$$

Gęstość ρ w równaniu (1) wyrażona jest za pomocą kilogramów na metr sześcienny, a ρ_{mol} w równaniu (3) za pomocą liczby moli na metr sześcienny. Aby ujednocilić notację, wprowadzimy do równania (1) gęstość wyrażoną w mol m^{-3} . Aby tego dokonać, musimy wiedzieć jaka jest masa jednego mola powietrza. Powietrze składa się w 21% z tlenu o masie molowej cząsteczek około 0,032 kg/mol i 79% z azotu o masie molowej cząsteczek 0,028 kg/mol. Średnia masa molowa powietrza wynosi zatem około $\beta = 0,02884$ kg/mol i równanie (1) przepisujemy z tym współczynnikiem jako

$$dp = -\beta \rho_{mol} g dh \quad (4)$$

Teraz możemy podzielić równanie (4) przez równanie (3) i wyeliminować gęstość. W efekcie uzyskujemy relację:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\beta g}{RT} dh \quad (5)$$

Podstawiając tu zależność temperaturową $T = T_0 - ah$, uzyskujemy równanie różniczkowe, które łatwo całkujemy do funkcji logarytmicznych:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{p} &= -\frac{\beta g}{R} \frac{dh}{T_0 - ah} \\ \int_{p_0}^p \frac{dp}{p} &= \frac{\beta g}{R\alpha} \int_0^h \frac{dh}{h - \frac{T_0}{\alpha}} \\ \ln \frac{p}{p_0} &= \frac{\beta g}{R\alpha} \ln \left(1 - \frac{\alpha}{T_0} h \right) \end{aligned}$$

„Delogarytmując” ostatnią zależność i obliczając iloczyn stałych przed logarytmem, który stosujemy następnie jako wykładnik argumentu, uzyskujemy wzór na ciśnienie w zakresie od 0 do 11 km ponad powierzchnią Ziemi:

$$p = p_0 \left(1 - \frac{0,0065}{T_0} h \right)^{5,2561} \quad (6)$$

gdzie $p_0 = 101,325$ kPa (1013,25 hPa), $T_0 = 288,15$ K (15°C), a wysokość h mierzymy w metrach.

Dla wysokości między 11 km a 20 km temperatura pozostaje stała i równa $T_{11} = -56,5^{\circ}\text{C}$ (216,65 K). Równanie (5) całkujemy przy stałej temperaturze T_{11} , uzyskując:

$$\int_{p_{11}}^p \frac{dp}{p} = -\frac{\beta g}{RT_{11}} \int_{h_{11}}^h dh$$

$$\ln \frac{p}{p_{11}} = -\frac{\beta g (h - h_{11})}{RT_{11}}$$

co daje ostatecznie:

$$p = p_{11} e^{-\frac{\beta g}{RT_{11}}(h-h_{11})} \approx p_{11} e^{-\frac{0,034}{T_{11}}(h-h_{11})} \quad (7)$$

przy czym $p_{11} = 22,632$ kPa oznacza ciśnienie na wysokości 11 km.

Powyżej 20 km temperatura zaczyna rosnąć i osiąga maksymalną wartość $-2,5^{\circ}\text{C}$ na wysokości 47 km nad Ziemią. Temperatura rośnie więc mniej więcej¹ w tempie $\alpha_2 = 0,002$ K/m. Całkujemy równanie (5) podobnie jak w zakresie do 11 km:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\beta g}{R} \frac{dh}{T_{20} + \alpha_2 (h - h_{20})}$$

$$\int_{p_{20}}^p \frac{dp}{p} = -\frac{\beta g}{R\alpha_2} \int_{h_{20}}^h \frac{dh}{h - h_{20} + \frac{T_0}{\alpha}}$$

$$\ln \frac{p}{p_{20}} = \frac{-\beta g}{R\alpha_2} \ln \left(1 + \frac{\alpha_2}{T_0} (h - h_{20}) \right)$$

Po „zdelogarytmowaniu” i podstawieniu stałych, powyższe równanie daje:

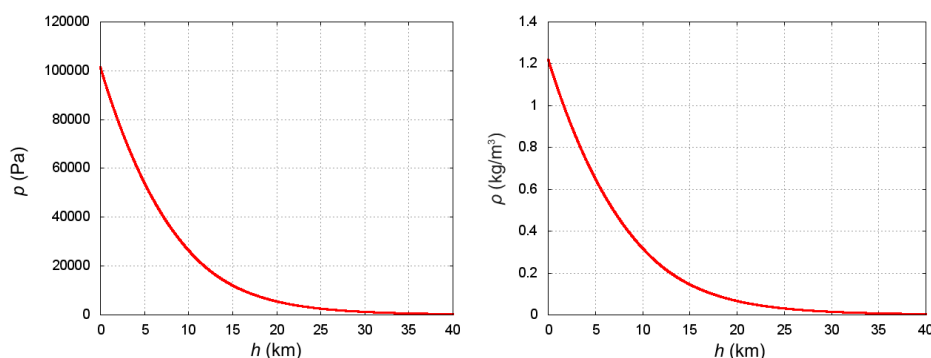
$$p = p_{20} \left(1 + \frac{0,002}{T_{20}} h \right)^{-17} \quad (8)$$

Dysponujemy już ciśnieniem w funkcji wysokości. Na potrzeby obliczeń aerodynamicznych potrzebujemy gęstości powietrza, bo od niej zależy siła oporów aerodynamicznych. Gęstość tę uzyskujemy z równań (6), (7) oraz (8) za pomocą równania stanu gazu doskonałego (3) jako:

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (9)$$

¹ Ścisłej, zmiana ta nie następuje po linii prostej, lecz po łamanej złożonej z dwóch odcinków. Przybliżając tę relację za pomocą prostej nie popełniamy jednak wielkiego błędu.

Wyznaczone przebiegi ciśnienia i gęstości powietrza przedstawione są na rysunkach poniżej.



Nie ulega wątpliwości, że Baumgartner skakał z wysokości, na której praktycznie panuje już próżnia ($p_{39 \text{ km}} = 3,5 \text{ Pa}$, $\rho_{39 \text{ km}} = 4,2 \text{ g/m}^3$) i choć daleko jeszcze do próżni kosmicznej (jeden atom wodoru na metr sześcienny!), to można ją już uważać za średniej jakości próżnię techniczną (zakres 0,1–100 Pa).

Modelowanie skoku

Dysponując danymi odnośnie gęstości atmosfery, możemy rozpatrzeć dynamikę skoku Baumgartnera. Po opuszczeniu kapsuły przyspieszał w kierunku Ziemi z przyspieszeniem w przybliżeniu równym $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Niektórzy internauci uważali, że na tej wysokości nie ma już ciężenia ziemskiego bądź jest ono znacznie mniejsze. To nieprawda: promień Ziemi wynosi ok. 6400 km, natomiast przyspieszenie grawitacyjne wyliczamy jako $g = GMR^{-2}$, gdzie G to stała grawitacji, M to masa Ziemi, a R to odległość od środka Ziemi. Czy podstawimy $R = 6400 \text{ km}$ czy $R = 6439 \text{ km}$, różnice w wartości g są na poziomie poniżej 2% i nie będziemy się nimi przejmować, ponieważ większą niedokładność wprowadza model atmosfery. W konsekwencji przyjmujemy, że na skoczka działa stała siła grawitacji $F = mg$. Przyjmujemy masę $m = 118 \text{ kg}$, ponieważ skoczek ważył około 91 kg, a jego skafander 27 kg.

W miarę opadania na skoczka zaczynała oddziaływać druga istotna siła – opór powietrza:

$$F_d = CA\rho\frac{v^2}{2} \quad (10)$$

gdzie C to współczynnik proporcjonalności, zależny od kształtu ciała, A to pole powierzchni czołowej poruszającego się przedmiotu, ρ to gęstość ośrodka, a v to prędkość ruchu.

Siła oporu powietrza działała w tym skoku dwójako: dopóki Baumgartner poruszał się w orientacji pionowej, siła ta była ograniczona niewielką powierzchnią czołową, jednak od momentu, kiedy wpadł w płaską rotację (około minuty po starcie) i przyjął aerodynamicznie mniej korzystne ułożenie (brzuchem ku dołowi), siła ta znacznie się powiększyła.

Ustalenie współczynnika oporu i powierzchni czołowej dla wzoru (10) jest nieco kłopotliwe, ale wiemy z doświadczenia, że spadochroniarze skaczący ze zwykłych wysokości, do 4 km ponad powierzchnią Ziemi, osiągają prędkości graniczne rzędu 190 km/h dla pozycji z brzuchem ku dołowi i średnio 280 km/h dla pozycji głową w dół. W przypadku zwykłego skoczka możemy więc wyznaczyć współczynnik proporcjonalności $\gamma = \frac{CA}{2}$ dla siły aerodynamicznej z warunku równowagi oporu i siły ciężenia:

$$\begin{aligned} \gamma \rho v_{\text{graniczna}}^2 &= mg \\ \gamma &= \frac{mg}{\rho v_{\text{graniczna}}^2} \end{aligned} \quad (11)$$

Podstawiając $m = 80$ kg (normalny skoczek skacze bez skafandra), gęstość powietrza² na wysokości 3 km (1 km z pułapu startowego przeznaczamy na rozpędzanie) $\rho = 0,844$ kg/m³, uzyskujemy $\gamma_1 = 0,334$ m² (dla pozycji brzuchem ku dołowi) oraz $\gamma_2 = 0,154$ m² (dla pozycji głową w dół). W przypadku skafandra Felixa Baumgartnera można zauważyć, że powierzchnia czołowa jest znacznie powiększona w stosunku do normalnego, nieuzbrojonego skoczka. Na potrzeby obliczeń przyjąłem, że powierzchnia ta jest dwukrotnie większa i skutkuje dwukrotnym powiększeniem wskazanych wartości. Okazało się, że ten wybór idealnie pasuje do wyników pomiaru.

Ostatecznie współczynnik oporu w modelu skoku przyjąłem równy 0,308 m² w pierwszych 60 s lotu (przed wпадnięciem w płaską rotację) i 0,668 m² dla kolejnych chwil czasu (po wпадnięciu w płaską rotację i w podchodzeniu do lądowania). Jeżeli zastosujemy taki współczynnik do opisu spadku Felixa Baumgartnera, uzyskamy równanie ruchu w postaci:

$$ma = -mg + \gamma \rho(h)v^2 \quad (12)$$

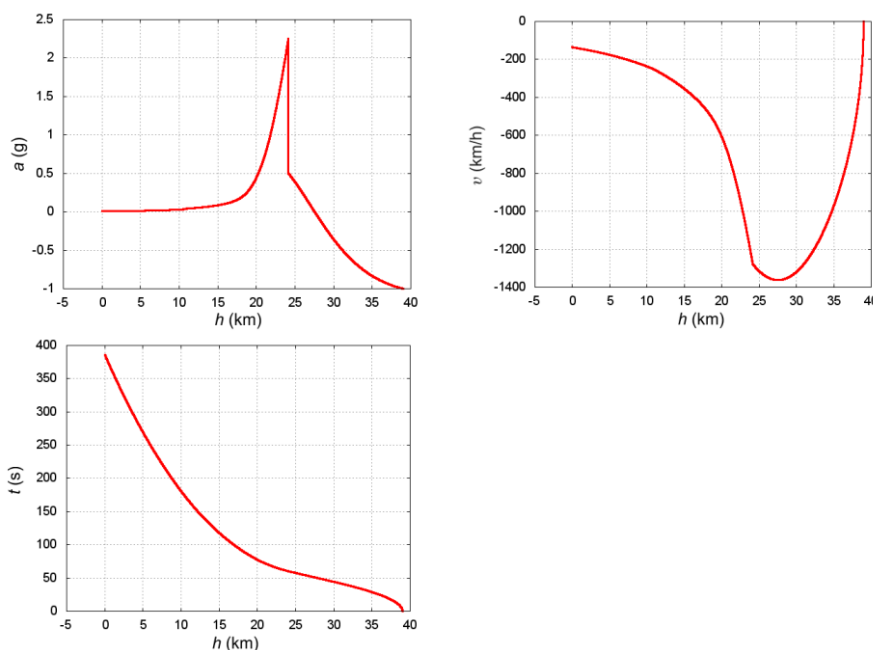
Równanie (12) możemy scałkować w uproszczony sposób na komputerze. Dla każdej chwili czasu obliczamy przyspieszenie działające na skoczka, a potem na jego podstawie – zmianę położenia i prędkości w kolejnej chwili czasu. Uzyskujemy następujący schemat³:

² Liczona według modelu przedstawionego w poprzednim podrozdziale.

³ W którym oczywiście zakładamy, że w okresie Δt przyspieszenie jest w przybliżeniu stałe i stosujemy równania ruchu ze stałym przyspieszeniem.

$$\begin{aligned}
 h(t=0) &= 39 \text{ km} \\
 v(t=0) &= 0 \\
 a(t) &= \frac{-mg + \gamma(t)\rho(h)v^2}{m} \\
 h(t + \Delta t) &= h(t) + v(t)\Delta t + a(t)\frac{(\Delta t)^2}{2} \\
 v(t + \Delta t) &= v(t) + a(t)\Delta t
 \end{aligned}$$

Pierwsze dwie linijki oznaczają warunek początkowy, konieczny do obliczenia trzech kolejnych linijek za pierwszym razem. Następnie kontynuujemy wykonywanie końcowych trzech linijek tak długo, aż h przekroczy zero. Wyniki (przy kroku całkowania $\Delta t = 1$ ms) przedstawiono na załączonych wykresach.

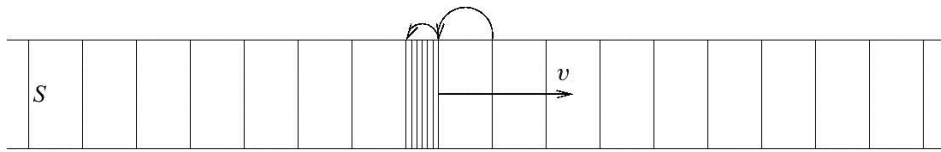


Baumgartner otworzył spadochron na wysokości 5200 m po 4 minutach i 22 sekundach (łącznie: 262 sekundach lotu), osiągając maksymalną prędkość 1342,8 km/h (prawdopodobnie po ok. 50 sekundach lotu⁴). Symulacja przewiduje odpowiednio: otwarcie spadochronu po 265 sekundach (przy prędkości 178 km/h) i prędkość maksymalną 1362,1 km/h na wysokości 27,5 km (po 51 sekundach).

⁴ Według wskazań szacowanej prędkości maksymalnej podawanych podczas transmisji.

Prędkość dźwięku a temperatura

Ostatnią kwestią, którą należy rozpatrzyć przy analizie tego skoku (szczególnie dla osób, które nie wierzą w osiągnięcie nieujawnionej podczas transmisji⁵ prędkości 1342,8 km/h) jest zależność temperaturowa prędkości dźwięku. Okazuje się, że ze względu na temperaturę w różnych partiach atmosfery dźwięk rozchodzi się z różnymi prędkościami i jego prędkość maleje ze wzrostem temperatury. Rozważmy obraz fali ciśnienia w rurze o przekroju poprzecznym S (patrz *Podstawy fizyki 2*, Resnick i Halliday, PWN 2003, s. 157):



Fala podąża w prawo w ośrodku o gęstości ρ (kg/m^3). Z punktu widzenia fali to ośrodek porusza się w lewo i na nadchodzące powietrze działa hamujące ciśnienie powodujące kompresję. Dla nieskompresowanej kratki, która wchodzi w obszar zagęszczenia (strzałki na rysunku), możemy zapisać drugie prawo Newtona (wyrażając siłę przez ciśnienie i masę przez gęstość) jako:

$$F = ma$$

$$\Delta p S = (\rho S v \Delta t) \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (13)$$

z czego kwadrat prędkości fali v^2 można wyrazić jako

$$v^2 = -\frac{1}{\rho} \frac{\Delta p}{\Delta v / v} \quad (14)$$

Spowolnienie ośrodka przy napotkaniu zagęszczenia skutkuje zmniejszeniem objętości zajmowanej przez przechodzące cząsteczki – po spowolnieniu zajmują rozciągłość $(v - \Delta v)\Delta t$ zamiast $v\Delta t$ ⁶ (pokazują to strzałki na rysunku). Względna zmiana objętości wynosi zatem $\Delta V/V = \Delta v/v$! Dlatego można równanie na kwadrat prędkości zapisać jako

$$v^2 = -\frac{1}{\rho} \frac{\Delta p}{\Delta V / V} = \frac{B}{\rho} \quad (15)$$

⁵ Podczas transmisji pokazywana była **szacowana** prędkość, a ostatnie wskazanie wyniosło 1173 km/h (w 49 sekundzie lotu).

⁶ Aby to zrozumieć, najprościej wyobrazić sobie jak jedna kratka na rysunku w czasie δt wchodzi w obszar zagęszczenia. Front tej kratki wszedł do niego od razu, a koniec dopiero po czasie δt . Front odsunął się już wtedy od początku zagęszczenia o $(v - \delta v)\delta t$, a koniec, który dopiero wchodzi do zagęszczenia δt wcześniej znajdował się o $v\delta t$ przed początkiem zagęszczenia. Widać wyraźnie zmianę długości elementu powietrza, a zatem, przy ustalonym przekroju rury – zmianę objętości.

gdzie B to moduł ściśliwości ośrodka. Dla gazu doskonałego i szybkich przemian, jak wysokoczęstotliwościowe fale dźwiękowe otrzymujemy równanie adiabaty⁷, które możemy przekształcić, aby uzyskać czynnik odpowiadający B z równania (15):

$$\begin{aligned}
 pV^\kappa &= \text{const} \\
 \frac{dp}{dV}V^\kappa + \kappa pV^{\kappa-1} &= 0 \\
 \frac{dp}{dV} &= -\frac{\kappa p}{V} \\
 -V \frac{dp}{dV} &= -\kappa p
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

Gdybyśmy taki moduł ściśliwości podstawili do wzoru na prędkość fali, to zależałaby ona od ciśnienia i gęstości ośrodka, co nie byłoby zbyt wygodne. Ciśnienie można jednak wyeliminować za pomocą równania stanu, podstawiając w (16) zależność:

$$p = \frac{n}{V}RT = \rho_{mol}RT \tag{17}$$

co daje moduł ściśliwości równy:

$$B = -\frac{1}{V} \frac{dp}{dV} = \kappa p = \kappa \rho_{mol}RT = \frac{\kappa \rho RT}{\beta} \tag{18}$$

A zatem prędkość dźwięku to po prostu:

$$v = \sqrt{\kappa \frac{RT}{\beta}} \tag{19}$$

Dla powietrza wykładnik adiabaty $\kappa = 7/5$, zatem prędkość dźwięku na wysokości 27,5 km, gdzie panuje temperatura $-41,5^\circ\text{C}$, czyli 231,7 K, wyniesie około $v = 1101$ km/h zamiast 1228 km/h, jakich spodziewamy się w temperaturze 15°C na powierzchni Ziemi.

Podsumowanie

Felix Baumgartner według realizatorów projektu osiągnął prędkość 1342 km/h, co przekracza prędkość dźwięku zarówno na poziomie morza jak i 20 km ponad powierzchnią Ziemi. Jeżeli przyjąć „teorię spiskową” i uznać, że maksymalna prędkość wyniosła tyle, ile pokazano podczas transmisji (1173 km/h), to również prędkość dźwięku została przekroczona, gdyż miało to miejsce na wysokości 27,5 km.

⁷ Dla wolniejszych przemian można przyjąć przemiany izotermiczne i wykorzystać równanie (3) ze stałą temperaturą T . Niestety w przypadku przemian adiabatycznych nie możemy założyć, że T jest stałe i wprost zróżniczkować (3).

Ciekawym aspektem skoku, którego nie modeluję w obliczeniach, a który warto poruszyć choćby w zakończeniu jest rotacja skoczka, w którą wpadł około minuty po starcie. Efekt ten nastąpił zaraz po osiągnięciu maksymalnej prędkości przy „zderzeniu” z gęstszymi partiami atmosfery, które przy dużej prędkości nagle wywarły mocny opór aerodynamiczny i przy niedokładnym ułożeniu ciała mogły spowodować pojawienie się momentu siły, generującego obrót (przy czym gęstość powietrza jest mała i zaczyna tłumić obrót dopiero przy znacznej prędkości obwodowej, a skoczek usztywniony przeciążeniem ma osłabioną możliwość korekty ułożenia). Analiza poklatkowa filmu nagranych w podczerwieni w jakości 25 klatek na sekundę (której dokonałem) ujawniła, że skoczek wykonywał najszybszy obrót przez 19 klatek, co daje prędkość wirowania ok. 79 obrotów na minutę oraz (przyjmując wzrost 172 cm i położenie środka ciężkości ciała na wysokości 0,6 wzrostu) przeciążenie na wysokości głowy, osiągające 4,8 g. Ten wynik nie jest zgodny z informacją, że przy przeciążeniu 3,5 g powinien włączyć się spadochron stabilizujący (który nie został aktywowany). Jednak spoglądając na obraz z kamery na hełmie można zauważyć, że Felix nie był jeszcze skierowany ku horyzontowi Ziemi (pełne płaskie wirowanie), ale znajdował się gdzieś w połowie zakresu między środkiem widzianej Ziemi i horyzontem. Przyjmując kąt ułożenia 45° do pionu, przeciążenie wynosi 3,39 g i pozostaje w zgodzie z tym, że nie odnotowano aktywacji spadochronu stabilizującego. Spoglądając na ten wynik należy pamiętać, że człowiek ma słabą tolerancję na przeciążenia: 3 g wytrzymuje do 30 sekund, natomiast 4 g powoduje utratę przytomności już po kilku sekundach.

Warto wspomnieć, że wirowanie było efektem, którego najbardziej się obawiano w tym projekcie. Wszyscy mieli bowiem w pamięci skok Kittingera z 1959 roku z wysokości 23,3 km, podczas którego wpadł w rotację 2 obrotów na sekundę i utracił przytomność. Baumgartner w swoim skoku miał osiągnąć prędkość maksymalną około dwukrotnie wyższą niż Kittinger, więc groziło mu nawet do 4 obrotów na sekundę⁸.

⁸ Ścisłej: prasa podawała maksymalnie 220 obrotów na minutę. Nie mogę obliczyć dokładnie tej wartości, ponieważ nie znam prędkości osiągniętej przez Kittingera w skoku z 1959 (nie jest podana w moich źródłach). Mogę ją jednak oszacować za pomocą załączonego programu, podstawiając $h = 23\,300$ m. Wynik to 696 km/h. Biorąc pod uwagę, że warunek równowagi między siłą napędzającą obrót i oporem powietrza na obrót jest rodzaju $k\rho A_{obr} C_{obr} v_{obr}^2/2 = \rho ACv^2/2$, (gdzie k oznacza ułamek siły oporów wykorzystywanej na obrót) widzimy liniową zależność pomiędzy prędkością obrotową a prędkością opadania (indeksy „obr” dotyczą ruchu obrotowego).

Dodatek: kod programu obliczeniowego

```
#include<stdio.h>
#include<math.h>

double p0=101325;
double T0=288.15;
double h11=11000;
double T11=216.65;
double p11;
double h20=20000;
double T20=216.65;
double p20;
double beta=0.02884;
double g=9.81;
double R=8.314;

double pressure11(double h){ return p0*pow(1.0-0.0065/T0*h,5.2561); }
double pressure20(double h){ return p11*exp(-beta*g/R/T11*(h-h11)); }
double pressure47(double h){ return p20*pow(1.0+0.002*(h-h20)/T20,-17); }

double pressure(double h)
{
    if(h<0) return p0;
    if(h<11000.0) return pressure11(h);
    else if(h<20000.0) return pressure20(h);
    else return pressure47(h);
}

double T(double h)
{
    if(h<11000.0) return T0-0.0065*h;
    else if(h<20000.0) return T11;
    else return T11+0.002*(h-h20);
}

double rho(double h)
{ return pressure(h)/R/T(h)*beta; }

void main()
{
    double h=39000;
    double v=0;
    double t=0;
    double dt=0.001;
    double a;
    double m=118;
    double gamma=0.308,gamma2=0.668;
    FILE *fdt, *fdv, *fda;
    p11=pressure11(11000);
    p20=pressure20(20000);

    fdt=fopen("t.dat","w"); fdv=fopen("v.dat","w"); fda=fopen("a.dat","w");
    while(h>0)
```

```
{
  a=1.0*(-m*g+gamma*rho(h)*v*v)/m;
  h=h+v*dt+a*dt*dt/2;
  v=v+a*dt;
  t=t+dt;
  if(t>60) gamma=gamma2;
  fprintf(fdt,"%le %le\n",h/1000,t);
  fprintf(fdv,"%le %le\n",h/1000,v*3.6);
  fprintf(fda,"%le %le\n",h/1000,a/g);
}
fclose(fdt);fclose(fdv);fclose(fda);
}
```

Literatura

- [1] Wyniki i parametry skoku (prędkość, czas opadania, waga kombinezonu, waga skafandra ze skoczkiem): www.redbullstratos.com
- [2] Mustafa Cavcar, *The International Standard Atmosphere* (modelowanie atmosfery) <http://home.anadolu.edu.tr/~mcavcar/common/ISAweb.pdf>
- [3] R. Resnick, D. Halliday, *Fizyka*, PWN, 1998 (zależność temperaturowa prędkości dźwięku)
- [4] E.L. Houghton, P.W. Carpenter, *Aerodynamics for Engineering Students*, Butterworth-Heinemann, 2003 (wzór na siłę oporu powietrza)
- [5] Wikipedia: Parachuting (prędkość terminalna, wysokości skoków)
- [6] K.B. Pandolf, R.E. Burr, *Medical aspects of harsh environments*, vol. 2. *Walter Reed Army Medical Center*, 2002 (utrata przytomności pod wpływem przeciążeń, rozdz. 33 – tekst dostępny online)



Zdjęcia: internet – Google – hasło „skok Felixa Baumgartnera”.