



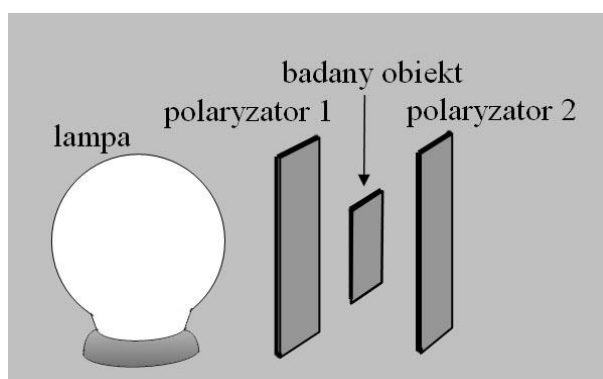
Polaryzacja chromatyczna

Jerzy Ginter

Uniwersytet Warszawski

Zjawisko

Zwykle nie zdajemy sobie sprawy, że bardzo wiele przezroczystych ciał w naszym otoczeniu jest zbudowanych z substancji dwójłomnych. Aby to wykazać, potrzebne są dwa polaryzatory i źródło światła białego, na przykład tradycyjna żarówka z matową bańką – albo po prostu zachmurzone niebo. Należy umieścić interesujące nas ciało pomiędzy polaryzatorami (rys. 1) i odpowiednio ciało i polaryzatory poobrać. W przypadku dwójłomności obserwujemy pojawienie się intensywnych barw.



Rys. 1. Układ do badania polaryzacji chromatycznej

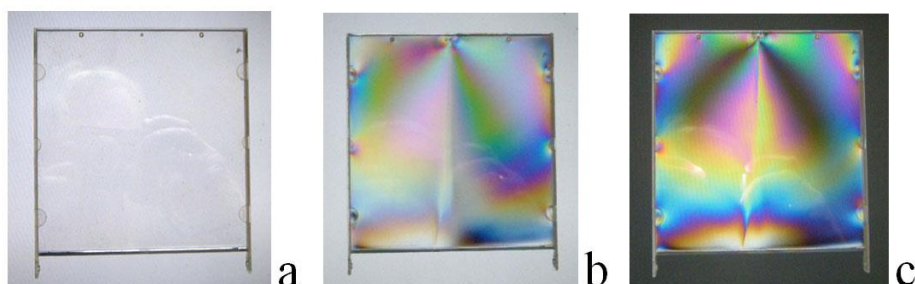
Warto porównać dwa szczególne przypadki:

1. kiedy badane ciało znajduje się pomiędzy polaryzatorami równoległymi.
Przed włożeniem badanego ciała światło przez układ przechodzi.
2. kiedy badane ciało znajduje się pomiędzy polaryzatorami skrzyżowanymi.
Przed włożeniem badanego ciała światło przez układ nie przechodzi.

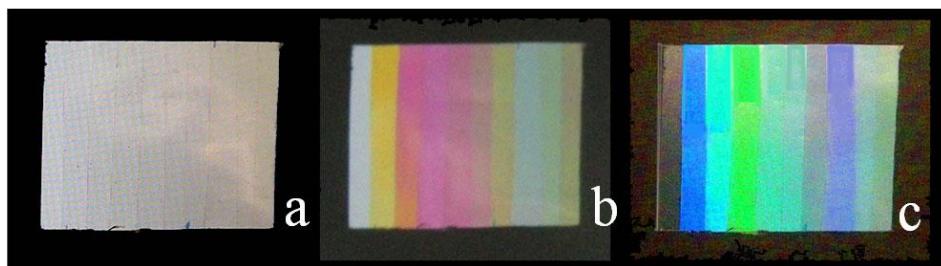
Wyniki takich obserwacji przedstawiają zestawy fotografii na rys. 2 i 3. W obu przypadkach na zdjęciu (a) jest badany przedmiot widziany w świetle niespolaryzowanym, na drugim (b) – umieszczony pomiędzy polaryzatorami równoległymi, na trzecim (c) – umieszczony pomiędzy polaryzatorami skrzyżowanymi.

1. Na fotografiach na rys. 2a, b i c przedstawiona jest polistyrenowa pokrywka zwykłego pudełka od płyty CD.

2. Na fotografiach na rys. 3a, b i c – „schodki” wykonane z nałożonych kolejno na siebie wielu warstw plastikowej folii „do kwiatów”. Prostokąt lewy jest pusty, czyli bez warstw, a prawy – 9 warstwom.



Rys. 2. Pudełko polistyrenowe: a. bez polaryzatorów; b. polaryzatory równoległe; c. polaryzatory skrzyżowane



Rys. 3. „Schodki” z folii plastikowej: a. bez polaryzatorów; b. polaryzatory równoległe; c. polaryzatory skrzyżowane

Zauważmy od razu: pojawiające się barwy, kiedy polaryzatory są skrzyżowane, są barwami dopełniającymi w stosunku do barw, widocznych wtedy, kiedy polaryzatory są równoległe.

Zaobserwowane zjawisko nazywamy **polaryzacją chromatyczną**¹. Ogólny jego opis jest bardzo skomplikowany. Ograniczymy się tu jedynie do omówienia najprostszego przypadku. Będziemy także pomijać zjawisko odbicia światła od powierzchni badanego materiału.

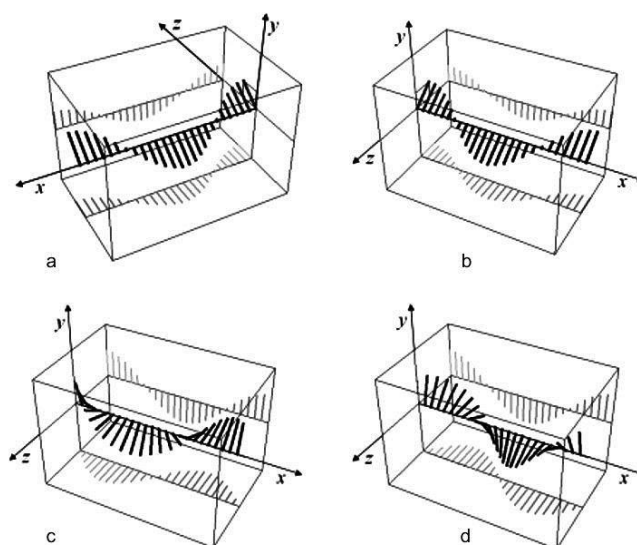
Doświadczenie 1

Czytelnik może bez trudu wykonać podobne obserwacje. Potrzebne są do tego dwa polaryzatory, na przykład z okularów polaryzacyjnych. Warto też zauważyć, że ekran LCD wysyła światło spolaryzowane. Nie jest to jednak światło białe o widmie ciągłym.

¹ Nazw pochodzi z greki: *chroma* – barwa.

Składanie spolaryzowanych fal świetlnych

Teraz postaramy się zrozumieć polaryzację chromatyczną. Zaczniemy od przypomnienia prostszych spraw: rozważmy dwie liniowo spolaryzowane fale świetlne o takiej samej długości fali λ i o takich samych amplitudach A (rys. 4). Niech fale rozchodzą się wzdłuż osi x układu współrzędnych. Pole elektryczne fali pierwszej niech będzie zgodne z kierunkiem osi y , a fali drugiej – z kierunkiem osi z . Jaki jest wynik złożenia takich fal? Rozpatrzmy dokładniej tylko cztery przypadki szczególne.



Rys. 4. Składanie fal o prostopadłych wektorach pola elektrycznego. a. fazy zgodne; b. różnica faz równa π ; c. różnica faz równa $\frac{1}{2}\pi$; d. różnica faz równa $\frac{3}{2}\pi$

1. Fazy obu fal są zgodne, fala druga nie jest przesunięta w stosunku do fali pierwszej. Wynikiem superpozycji jest fala spolaryzowana liniowo o kierunku pola elektrycznego tworzącym kąt 45° z osiami y i z , o amplitudzie równej $\sqrt{2}A$. Przedstawia to rys. 4a.

Zapiszmy to jeszcze wzorami. Niech fali pierwszej odpowiada funkcja:

$$E_y(x,t) = A \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right). \quad (1)$$

Fali drugiej w tym przypadku odpowiadać będzie taka sama funkcja:

$$E_z(x,t) = A \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right). \quad (2)$$

2. Fazy fal są przeciwne, fala druga jest przesunięta w stosunku do pierwszej o $\frac{1}{2}$ długości fali (rys. 4b). Wynikiem superpozycji także jest fala spolaryzowana liniowo, o kierunku pola elektrycznego tworzącym kąt 45° z osiami y i z , i o amplitudzie równej $\sqrt{2}A$. Kierunek pola elektrycznego tej fali jest prostopadły do kierunku pola w przypadku a. Niech fali pierwszej odpowiada tak jak poprzednio funkcja (1). Fali drugiej odpowiadać więc będzie wyrażenie:

$$E_z(x,t) = -A \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \quad (3)$$

3. Fazy fal różnią się o $\frac{\pi}{2}$, fala druga jest przesunięta w stosunku do pierwszej o $\frac{1}{4}\lambda$ (rys. 4c). Wynikiem superpozycji jest fala spolaryzowana kołowo w prawo. Końce wektorów pola elektrycznego zakreślają linię śrubową. Niech fali pierwszej odpowiada nadal funkcja (1). Fali drugiej odpowiadać więc będzie wyrażenie:

$$E_z(x,t) = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \quad (4)$$

4. Fazy fal różnią się o $\frac{3\pi}{2}$, fala druga jest przesunięta w stosunku do pierwszej o $\frac{3}{4}\lambda$ (rys. 4d). Wynikiem superpozycji jest fala spolaryzowana kołowo w lewo. Tym razem fali drugiej odpowiadać będzie wyrażenie:

$$E_z(x,t) = -A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \quad (5)$$

W przypadku ogólnym otrzymujemy falę o polaryzacji eliptycznej.

Trzy z omówionych wyżej przypadków przedstawia „w sposób ruchomy” filmik *Polaryzacja*. Można go ściągnąć z Internetu (*jerzy ginter polaryzacja youtube*). Kolejno pojawiają się: fala spolaryzowana liniowo (nasz przypadek 2), fala spolaryzowana kołowo w prawo i fala spolaryzowana kołowo w lewo.

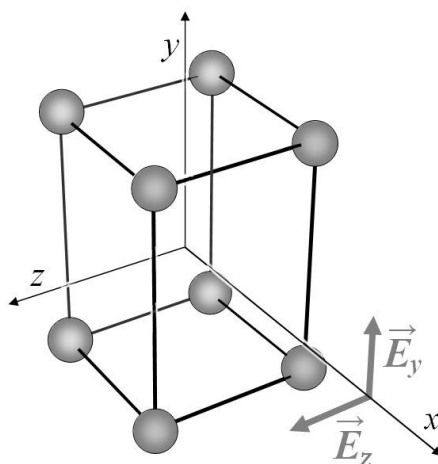
Dwójłomność

Struktura mikroskopowa substancji dwójłomnych jednoosiowych jest taka, że w ich budowie jeden kierunek jest wyróżniony. Nazywamy go kierunkiem osi optycznej substancji dwójłomnej. W kryształach wynika to ze specyficznego ustawienia atomów (skrajnie schematycznie przedstawia to rys. 5). W plastiko-

wych foliach czy w mięśniach wyróżniony jest ten kierunek, w którym są ułożone długie cząsteczki organiczne.

W skrajnym uproszczeniu kryształ jednoosiowy przedstawia rys. 5. Wyróżniony jest w nim kierunek pionowy, czyli oś y . Przypuśćmy dalej, że w takim kryształe rozchodzi się fala świetlna w kierunku osi x , czyli prostopadłym do osi optycznej. Można wyróżnić dwie podstawowe i fizycznie nierównoważne sytuacje:

1. pole elektryczne fali jest równoległe do osi optycznej, czyli ma kierunek osi y . Na rysunku pole elektryczne tej fali oznaczone zostało symbolem \vec{E}_y . Falę taką będziemy nazywać falą nadzwyczajną – bez szczegółowego wyjaśniania tej nazwy. Oznaczać ją będziemy indeksem e (od francuskiego *extraordinaire* – nadzwyczajny).
2. pole elektryczne fali jest prostopadłe do osi optycznej i ma kierunek osi z . Na rysunku pole elektryczne tej fali oznaczone zostało symbolem \vec{E}_z . Falę taką będziemy nazywać falą zwyczajną i oznaczać indeksem o (od francuskiego *ordinaire* – zwyczajny).



Rys. 5. Schematycznie przedstawiony kryształ dwójłomny

Fala elektromagnetyczna w substancji oddziałuje z jej atomami. Zarówno fala zwyczajna, jak i nadzwyczajna rozchodzą się więc w materiale z prędkościami różnymi od prędkości światła w próżni c . Z braku symetrii wynika jednak, że oddziaływanie to w przypadku 1 może być inne, niż w przypadku 2; a więc prędkość pierwszej fali oznaczmy v_e , a drugiej v_o .

1. Stosunek $n_e = \frac{c}{v_e}$ nazywamy współczynnikiem załamania światła dla promienia nadzwyczajnego.

2. Stosunek $n_o = \frac{c}{v_o}$ nazywamy współczynnikiem załamania światła dla promienia zwyczajnego.

Dla najbardziej znanego kryształu dwójłomnego, kalcytu (szpatu islandzkiego) i dla światła żółtego sodowego ($\lambda \approx 0,59 \mu\text{m}$), współczynniki załamania światła wynoszą: $n_e = 1,49$, $n_o = 1,66$. Zmieniają się one w funkcji częstości światła, a więc i długości fali światła w próżni λ . Dla większości substancji dwójłomnych w zakresie światła widzialnego jest to zależność niezbyt silna. W dalszym ciągu rozważań będziemy ją pomijać.

Z tego, co powiedzieliśmy wyżej, wynika, że:

- długość fali nadzwyczajnej w ośrodku dwójłomnym jest równa $\lambda_e = \frac{\lambda}{n_e}$. Dla kalcytu i światła żółtego sodowego $\lambda_e \approx \frac{0,59 \mu\text{m}}{1,49} \approx 0,40 \mu\text{m}$.
- długość fali zwyczajnej jest równa $\lambda_o = \frac{\lambda}{n_o}$. Dla kalcytu i światła żółtego sodowego $\lambda_o \approx \frac{0,59 \mu\text{m}}{1,66} \approx 0,36 \mu\text{m}$.

Zatem oczywiście $\lambda_e \neq \lambda$ i $\lambda_o \neq \lambda$. Dla nas jednak najważniejsze jest to, że $\lambda_e \neq \lambda_o$. Długość fali nadzwyczajnej w ośrodku dwójłomnym jest różna od długości fali zwyczajnej. W podanym przykładzie długość fali nadzwyczajnej jest większa od długości fali zwyczajnej nieco powyżej 10%.

Fale monochromatyczne w substancji dwójłomnej

Przypuśćmy teraz, że na naszą substancję dwójłomną pada liniowo spolaryzowane światło o długości fali w próżni równej λ i o kierunku pola elektrycznego, tworzącym kąt 45° z kierunkiem osi optycznej – jak na rys. 4a. Falę taką przed wejściem do substancji możemy potraktować jako sumę dwóch fal o jednakowych długościach fali λ i o zgodnych fazach:

- jedną o pionowym kierunku pola elektrycznego, równoległym do osi optycznej substancji. Opiszemy ją wzorem (1):

$$E_y(x, t) = A \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \quad (6)$$

- drugą o poziomym kierunku pola elektrycznego, prostopadłym do osi optycznej substancji, opisaną wzorem 2:

$$E_z(x, t) = A \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right). \quad (7)$$

Wewnątrz substancji fale te mają różne długości fali. Opiszemy je więc wzorami:

$$E_y(x, t) = A \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda_e} - \frac{t}{T} \right) = A \cos 2\pi \left(\frac{n_e x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right); \quad (8)$$

$$E_z(x, t) = A \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda_o} - \frac{t}{T} \right) = A \cos 2\pi \left(\frac{n_o x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right). \quad (9)$$

Propagację tak zapisanych pól przedstawia rys. 6. Zobaczymy to przestrzennie, jeżeli zegnijemy kartkę wzdłuż osi x , wtedy kierunki y i z na rys. 6 będą do siebie prostopadłe.

Ważne przypadki szczególne

Zgodne fazy

Są miejsca, kiedy faza drugiej fali jest zgodna z fazą pierwszej fali. Mówiąc prościej – maksimum pierwszej fali spotyka się z maksimum drugiej, a minimum z minimum. Tak jest na przykład w punkcie oznaczonym na rys. 6 literą E. Lokalnie uzyskujemy wtedy polaryzację liniową, zgodną z polaryzacją liniową na powierzchni wejściowej. Oznacza to, że w takich punktach argumenty funkcji (8) i (9) różnią się o $2\pi N$, gdzie N jest liczbą całkowitą. Musi więc być spełniona równość:

$$2\pi \left(\frac{n_o x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) - 2\pi \left(\frac{n_e x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) = 2\pi N \quad (10)$$

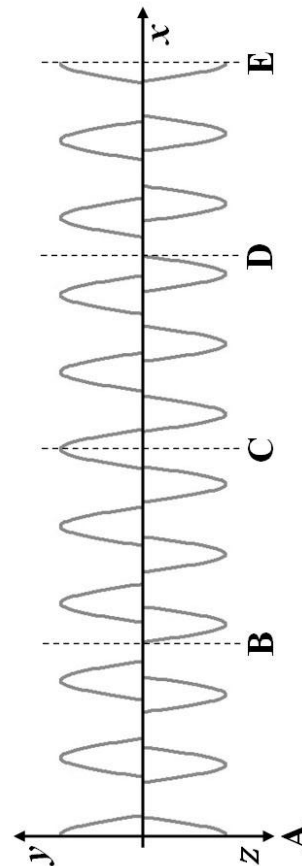
Przekształćmy ten wzór:

$$\frac{(n_o - n_e)x}{\lambda} = \frac{\Delta n \cdot x}{\lambda} = N \quad (11)$$

$$x = \frac{\lambda}{\Delta n} N. \quad (12)$$

Dla uproszczenia oznaczyliśmy $n_o - n_e = \Delta n$.

Podsumujmy: wewnątrz substancji istnieją punkty x , w których lokalnie fala jest spolaryzowana liniowo, tak jak na powierzchni wejściowej. Punkty te są równoodległe o $x = \frac{\lambda}{\Delta n}$.



Rys. 6. Fala nadzwyczajna i fala zwyczajna w kryształach dwójłomnym

Gdybyśmy użyli płytki o grubości $d = x$ określonej wzorem (12), wychodząca fala świetlna byłaby taka sama, jak fala padająca.

Oszacujmy, jaka musi być grubość płytki z kalcytu, aby ten warunek był spełniony dla światła żółtego sodowego $\lambda = 0,59 \mu\text{m}$ i dla $N = 1$. Różnica współczynników załamania jest równa: $n_o - n_e = 1,66 - 1,49 = 0,17$. Mamy więc

$$d_1 = \frac{\lambda}{\Delta n} = \frac{0,59 \mu\text{m}}{0,17} \approx 3,47 \mu\text{m} \quad (13)$$

Oznacza to, że grubość kryształu d powinna być prawie 6 razy większa od długości fali w próżni λ .

Przeciwnie fazy, półfalówka

Rozumując podobnie wykażemy, że w materiale istnieją punkty odpowiadające fali lokalnie spolaryzowanej liniowo, prostopadle do polaryzacji wejściowej. Przykładem jest punkt, oznaczony literą C. Punkty takie spełniają warunek:

$$x = \frac{\lambda}{\Delta n} \left(N + \frac{1}{2} \right) \quad (14)$$

Gdyby więc użyć płytki o grubości ($N = 0$):

$$d_{\frac{1}{2}} = \frac{\lambda}{2\Delta n} = \frac{1}{2} d_1, \quad (15)$$

na wyjściu otrzymalibyśmy falę spolaryzowaną liniowo prostopadle do fali padającej.

Płytkę o takiej grubości nazywamy półfalówką. Dla światła żółtego sodowego grubość płytki z kalcytu powinna w takim przypadku być równa około $1,74 \mu\text{m}$.

Ćwierćfalówka

Podobnie wykażemy, że warunkom

$$x = \frac{\lambda}{\Delta n} \left(N + \frac{1}{4} \right) \quad (16)$$

oraz

$$x = \frac{\lambda}{\Delta n} \left(N + \frac{3}{4} \right) \quad (17)$$

odpowiada wewnątrz materiału fala lokalnie spolaryzowana kołowo. Na rys. 6 punkty te zostały oznaczone literami B i D.

Można więc tak dobrać grubość substancji dwójłomnej, że kiedy skierować na nią światło o polaryzacji liniowej, na wyjściu uzyskuje się światło o polaryzacji kołowej. Płytkę krystaliczną o takich własnościach nazywamy ćwierćfalówką.

Omówione tu przypadki przedstawia „w ruchu” animacja *Polaryzacja w kryształach dwójłomnych* (*jerzy ginter polaryzacja w kryształach dwójłomnych youtube*). Na „ściance tylnej” przedstawione jest pole elektryczne fali nadzwyczajnej. Na „podłodze” pole elektryczne fali zwyczajnej. W środku zaznaczone zostały wektory sumarycznego pola elektrycznego w punktach, oznaczonych na rys. 6 symbolami A ÷ E. Jedne z tych wektorów nie zmieniają kierunku, a jedynie wartość i zwrot. Inne z kolei poruszają się ruchem obrotowym.

Stała grubość, zmienna długość fali

Postawmy teraz pytanie odwrotne. Przypuśćmy, że mamy płytkę materiału dwójłomnego o grubości d . Na płytkę pada fala spolaryzowana liniowo o długości fali równej λ . Jaka jest fala na wyjściu? Ograniczymy się już teraz tylko do przypadków najprostszych.

1. Dla sytuacji, kiedy fala na wyjściu jest spolaryzowana liniowo zgodnie z polaryzacją fali na wejściu dla $x = d$ zachodzi warunek (14):

$$d = \frac{\lambda}{\Delta n} N. \quad (18)$$

Jaki wynika stąd warunek na λ ? Przekształćmy wzór (19):

$$\lambda = \frac{\Delta n \cdot d}{N}. \quad (19)$$

Zauważmy, że o omawianych efektach decyduje iloczyn $\Delta n \cdot d$, czyli różnica dróg optycznych przebywanych przez promienie zwyczajny i nadzwyczajny.

Wygodniejszą formę ma ten sam warunek dla częstotliwości $\nu = \frac{c}{\lambda}$. Po podstawieniu tej zależności do wzoru (10) dostajemy:

$$\frac{c}{\nu} = \frac{\Delta n \cdot d}{N}, \quad (20)$$

czyli

$$\nu = \frac{c}{\Delta n \cdot d} N. \quad (21)$$

W skali częstotliwości jest to układ równoodległych punktów, numerowanych liczbą N . Gęstość tych punktów jest odwrotnie proporcjonalna i do Δn , i do d .

Mnożąc obie strony (21) przez stałą Plancka h otrzymujemy analogiczny warunek dla energii fotonów $E_f = h\nu$:

$$E_f = \frac{ch}{\Delta n \cdot d} N. \quad (22)$$

2. Dla sytuacji, kiedy na wyjściu mamy polaryzację liniową o kierunku prostopadłym do kierunku polaryzacji na wejściu, dostajemy analogiczne warunki:

$$\lambda = \frac{\Delta n \cdot d}{\left(N + \frac{1}{2}\right)}; \quad (23)$$

$$v = \frac{c}{\Delta n \cdot d} \left(N + \frac{1}{2}\right); \quad (24)$$

$$E_f = \frac{ch}{\Delta n \cdot d} \left(N + \frac{1}{2}\right). \quad (25)$$

Płytką pomiędzy dwoma polaryzatorami, światło monochromatyczne

Przypuśćmy, że nasza płytka dwójłonna znajduje się pomiędzy dwoma polaryzatorami.

1. Jeżeli kierunki polaryzacji tych polaryzatorów są równoległe (polaryzatory równoległe), to przechodzi światło spełniające warunek (22), a zatrzymywane jest światło, spełniające warunek (25). Dla warunku (22) natężenie światła jest maksymalne, dla warunku (25) – jest równe zero. Dla pośrednich energii fotonów (długości fali) natężenie światła ma wartość pośrednią.
2. I odwrotnie – jeżeli kierunki polaryzacji polaryzatorów są wzajemnie prostopadłe (skrzyżowane polaryzatory), to przechodzi światło spełniające warunek (25), a zatrzymywane jest światło, spełniające warunek (22).

Doświadczenie 2

Można łatwo zbadać przechodzenie monochromatycznego światła spolaryzowanego przez kryształ dwójłomny. Jako źródło spolaryzowanego światła monochromatycznego można wykorzystać ekran LCD. Należy ustawić na nim „tło” o barwie jaskrawo zielonej (*green* w systemie RGB). W doświadczeniu będzie potrzebny już tylko jeden polaryzator.

Powtórz obserwacje z doświadczenia 1, ale nie dla światła białego, tylko monochromatycznego.

W doświadczeniu obserwujemy, że natężenie światła przechodzącego zależy od grubości substancji dwójłomnej.

Płytką pomiędzy dwoma polaryzatorami, światło białe

Rozważmy teraz przypadek, kiedy na układ polaryzatorów i płytki dwójłomnej rzucimy światło białe. Wtedy w zasadzie należy rozważyć wszystkie długości fali promieniowania widzialnego w zakresie od 0,4 do 0,7 μm , czyli zakresu energii fotonów od około 1,8 eV do 3,1 eV.

Przyjmijmy dla uproszczenia, że amplituda poszczególnych składowych światła białego na wejściu jest jednakowa. Wtedy jednak amplituda różnych składowych na wyjściu z kryształu będzie na ogół różna. Dla pewnych długości

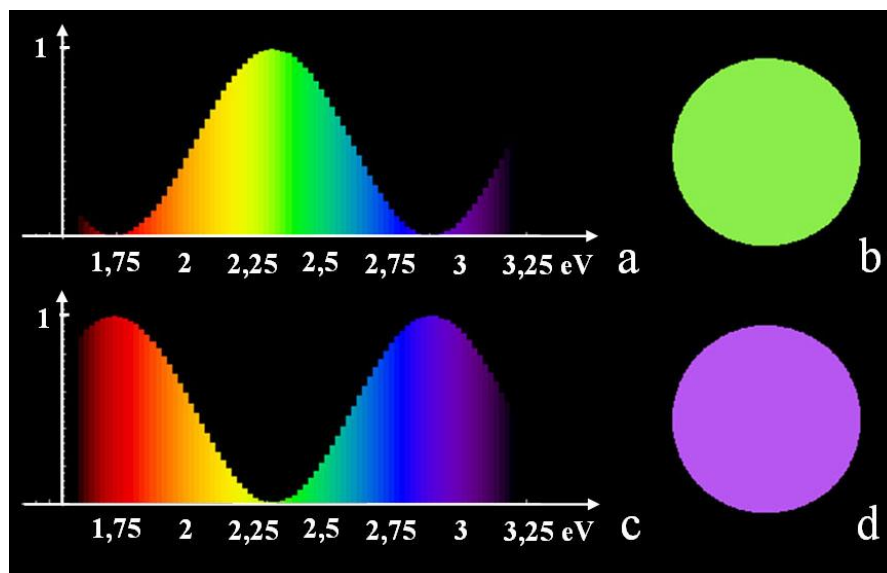
fal amplituda fali nie ulegnie zmianie, dla pewnych będzie równa zero, a dla pośrednich będzie w różnym stopniu osłabiana.

1. Kiedy płytką dwójłomną znajduje się pomiędzy polaryzatorami równoległymi, bez zmiany przechodzi światło, którego długość fali spełnia warunek (22), zatrzymywane jest natomiast światło, którego długość fali spełnia warunek (25). Wszystkie pozostałe składowe są osłabiane w stopniu pośrednim. Schematycznie – i dla pewnej określonej grubości płytki d – przedstawia to rys. 7a. Widmo przedstawione jest w funkcji energii fotonów, lokalna wysokość wykresu proporcjonalna jest do natężenia światła przechodzącego. Przedstawione widmo wywołuje w oku człowieka wrażenie barwy, przedstawionej na rys. 7b.
2. Kiedy płytką dwójłomną znajduje się pomiędzy polaryzatorami skrzyżowanymi, bez zmiany przechodzi światło, którego długość fali spełnia warunek (25), zatrzymywane jest światło, którego długość fali spełnia warunek (22), a wszystkie pozostałe są osłabiane w stopniu pośrednim. Schematycznie przedstawia to rys. 7c. Widmo przedstawione jest w funkcji energii fotonów, lokalna wysokość wykresu proporcjonalna jest do natężenia światła przechodzącego. Przedstawione widmo wywołuje w oku człowieka wrażenie barwy, przedstawionej na rys. 7d.

Kilkadziesiąt rysunków analogicznych do ilustracji 7 przedstawia prezentacja *Polaryzacja chromatyczna*. Przy jej oglądaniu zwróćmy uwagę na dwa przypadki graniczne:

1. Kiedy grubość płytki jest bardzo mała, światło przechodzi, kiedy polaryzatory są równoległe, a nie przechodzi, kiedy są skrzyżowane.
2. Kiedy grubość płytki jest duża, dla obu ustawień polaryzatorów w widmie pojawia się wiele barwnych pasm. W efekcie zabarwienie światła jest słabe, wrażenie niewiele różni się od wywoływanego przez światło białe.

Zauważmy także, że jeżeli dla polaryzatorów równoległych i dla określonej długości fali obserwujemy maksimum natężenia światła przechodzącego, dla polaryzatorów skrzyżowanych takie światło przez układ nie przechodzi. I odwrotnie. Stąd barwy światła przy tych dwóch ustawieniach polaryzatorów są w przybliżeniu barwami dopełniającymi.



Rys. 7. Powstawanie barw polaryzacji chromatycznej. a. przechodzenie światła przez układ przy polaryzatorach równoległych; b. wypadkowa barwa dla przypadku a; c. przechodzenie światła przez układ przy polaryzatorach skrzyżowanych; d. wypadkowa barwa dla przypadku c

Doświadczenie 3

Jeżeli dysponujemy siatką dyfrakcyjną, możemy zbadać prawdziwe widmo światła, uzyskanego w zjawisku polaryzacji chromatycznej. Można przy tym wykorzystać metodę, opisaną w *Fotonie* 117. Przeprowadzenie takiego doświadczenia pozostawiamy inwencji czytelnika.