



Symetria i asymetria zwierciadlana

Antonina Kowalska

Institut Fizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego

Opracowanie na podstawie referatu wygłoszonego na seminarium w Castel Gandolfo w 1997 roku.

Wstęp

Herman Weyl w swojej pięknej książce zatytułowanej *Symetria* [1] mówi:

Symetria jest ideą, za pomocą której człowiek stara się od niepamiętnych czasów ogarnąć myślą i tworzyć porządek, piękno i doskonałość.

Z drugiej strony, jak obserwujemy, umysł człowieka ma wrodzoną tendencję do akceptowania symetrii obiektów (bardzo różnych obiektów) jako swojego rodzaju doskonałości. Tak było od najdawniejszych czasów.

Dla starożytnych Greków: symetryczny – znaczy mający właściwe proporcje; symetria to zgodność części składowych, dzięki której jednoczą się one w całość. Słowo „symetria” wywodzi się od greckiego słowa $\sigma\upsilon\mu\mu\epsilon\tau\pi\epsilon\omicron\upsilon\mu\alpha\iota$, co oznacza – mierzyć, rachować.

W szczególności dla Pitagorejczyków (VI–IV wiek p.n.e.) [2, 3]: symetria to źródło porządku bytów; symetria zawiera w sobie liczbę; cały kosmos jest harmonią i liczbą (jak bliskie jest to współczesnym dociekanom, szukającym u podstaw naszej rzeczywistości ukrytych symetrii opisywalnych jedynie strukturami matematycznymi!).

Synonimami symetrii były dla Pitagorejczyków harmonia i przyjaźń. Podobno, gdy zapytano Pitagorasa, kto jest jego przyjacielem, odpowiedział:

„Ja i mój przyjaciel to tak, jak liczby przyjacielskie, np. 220 i 284”.

W liczbach przyjacielskich suma dzielników właściwych jednej liczby jest równa drugiej, i na odwrót:

$$220 = 1 + 2 + 4 + 71 + 142$$

(1, 2, 4, 71, 142 są dzielnikami liczby 284)

$$284 = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110$$

(składniki te to dzielniki liczby 220)

Są więc te liczby niejako wzajemnym „odbiciem”.

Takich par znamy dzisiaj wiele, ale co ciekawe – mają one związek z pewnymi grupami, a więc symetriami, występującymi w języku matematycznym fizyki, mianowicie z tzw. grupami Liego.

Mówiąc o symetrii, bierzemy pod uwagę dwa elementy: **przekształcenie** i **obiekt**, który się przy tym przekształceniu nie zmienia, czyli jest względem tego przekształcenia **symetryczny**. Przykładami przekształceń mogą być obroty, prze-

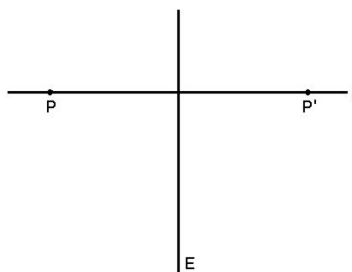
sunięcia, odbicia zwierciadlane, symetryczne względem nich obiekty to na przykład: koło, pas nieskończony, trójkąt równoramienny. Człowiek od najdawniejszych czasów zajmował się obiektami symetrycznymi względem wymienionych przekształceń. Przykładem są tzw. bryły platońskie, niezmiennicze względem specyficznych obrotów, a także ornamenty płaskie, symetryczne względem pewnych połączeń trzech wymienionych wyżej przekształceń. Na przykład w starożytnym Egipcie odkryto w sposób praktyczny 17 typów takich ornamentów, ale dopiero na przełomie XIX i XX wieku wykazano, że są to wszystkie możliwe typy.

W referacie tym prześledzimy dziwną historię symetrii zwierciadlanej i jej naruszenia, czyli asymetrii, tak jak ją postrzegano i badano od czasów najdawniejszych do chwili obecnej.

Odbicia zwierciadlane

Definicja odbicia

Obierzmy (zob. rys. 1) dowolną prostą p prostopadłą do płaszczyzny E (na rys. 1 zaznaczono tylko ślad tej płaszczyzny) oraz dowolny punkt P na prostej p . Istnieje jeden i tylko jeden punkt P' na p , który leży w tej samej odległości od E co punkt P , ale po innej jej stronie. P' pokrywa się z P wtedy i tylko wtedy, gdy P leży na E .



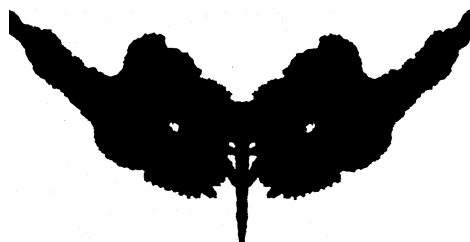
Rys. 1

Odbicie zwierciadlane w E jest to przekształcenie przestrzeni w nią samą: $P \rightarrow P'$, które przenosi dowolny punkt P na miejsce jego obrazu zwierciadlanego P' . **O obiekcie**, który się przy tym **nie zmienia**, mówimy, że ma **symetrię zwierciadlaną względem E** .

Symetria zwierciadlana a psychika człowieka

Można zapytać, dlaczego pozytywne odczucie symetrii zwierciadlanej było i jest tak głęboko zakorzenione w psychice ludzkiej. Niewątpliwie miała na to i ma wpływ obserwacja symetrii zewnętrznej ciała człowieka i otaczających go stworzeń [4, 5]. Najprostszy porządek, zestawienie dwóch elementów, obrazu i odbicia zwierciadlanego, tworzących razem figurę zwierciadlanie symetryczną, w jakiś sposób odpowiada psychice człowieka.

Przejawia się to na przykład w radości dzieci z tzw. kleksowych malowideł [6]. Powstają one z kropli atramentu, umieszczonej wewnątrz złożonej kartki papieru, po jej rozłożeniu (rys. 2).



Rys. 2

Może to pozytywne odczucie symetrii jest zakodowane w mechanizmie widzenia porządkującym sygnały z otaczającego nas świata (M. Zlat [5]) lub być może jest związane z procesem odkrywania praw symetrii, jakiegokolwiek symetrii (A.V. Shubnikov et al. [6]).

Od najdawniejszych czasów obserwujemy w sztuce, że wszędzie tam, gdzie sens dzieła wymaga wyrażenia ład i równowagi, tam kompozycję określa symetria zwierciadlana. Szczególnie jest to widoczne we wzorach heraldycznych, zdobnictwie posadzkowym, budowlach sakralnych, itp. Bardzo często jednak w dziełach tych obserwujemy mniejsze lub większe odstępstwa od tej symetrii, które w odczuciu twórców mają wnieść do dzieła elementy ruchu, życia [1, 5].

Tak naprawdę, jak zobaczymy dalej, symetria zwierciadlana jest naruszona, i to aż do bardzo głębokich obszarów naszego świata. Postawię więc tu pytanie retoryczne typu egzystencjalnego: czy tylko obserwacje zewnętrznego świata warunkują powszechne odczucie satysfakcji z symetrii, czy też może przyczyną tkwi przede wszystkim głębiej, w naszej łączności z jakąś ukrytą symetrią wszechświata?

W dalszym ciągu będziemy się zajmować symetrią i asymetrią zwierciadlaną obiektów fizycznych, jak też oddziaływań między nimi. Na razie, aby lepiej zrozumieć naturę przekształcenia zwierciadlanego, rozważmy je kolejno w jedno-, dwu- oraz trójwymiarowej przestrzeni.

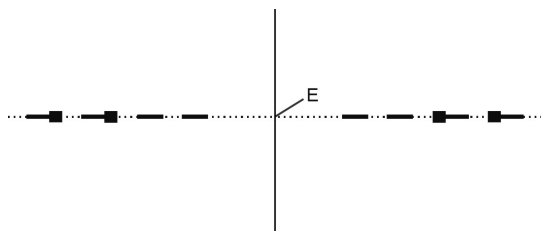
Odbicia w jednym wymiarze

Świat linii. Wyobraźmy sobie (zob. M. Gardner [7]), że linię tę zamieszkują istoty zwane „liniakami”, dorośli: ■■ oraz dzieci: ■■■. Umieścimy prostopadle do linii ich świata lustro E. Z ich punktu widzenia będzie to tylko punkt zwierciadła znajdujący się na tej linii. Dziecko będzie wyglądało tak samo, jak jego odbicie zwierciadlane, **dziecko jest nakładalne** na jego obraz zwierciadlany



Rys. 3. Odstępstwo od idealnej symetrii w naszym godle państwowym

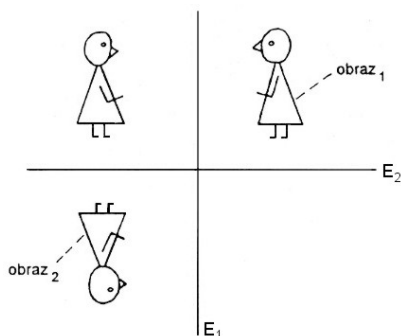
przez przesunięcie bez wychodzenia poza jeden wymiar. Inaczej dorosły „liniak”; on nie pokryje swojego obrazu zwierciadlanego bez wyjścia poza jeden wymiar. Powiemy, że dziecko jest tworem **symetrycznym** (czyli ma „płaszczyznę symetrii”, która redukuje się w tym przypadku do środkowego punktu odcinka), a dorosły „liniak” – tworem **asymetrycznym** (pozbawionym jakiegokolwiek „płaszczyzny symetrii”).



Rys. 4

Odbicia w dwóch wymiarach

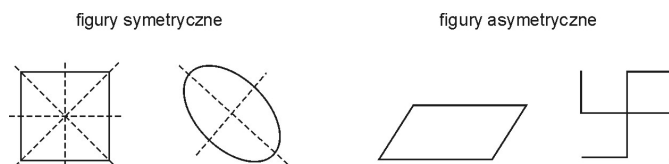
Ś w i a t p ł a s k i . Wyobraźmy sobie, że płaszczyznę zamieszkują istoty zwane „płaszczakami” [7]. Umieścimy zwierciadło prostopadle do ich „świata” (płaszczyzny), dla nich będzie to prosta. Na rysunku widzimy „płaszczaka” i jego obraz zwierciadlany.

Rys. 5. Obraz₁ oraz obraz₂ są nakładalne

„Płaszczak” **nie** jest nakładalny na swój obraz poprzez przesunięcie lub obrót w jego płaszczyźnie. Można go tylko wyjąć do przestrzeni trójwymiarowej, obrócić i nałożyć na obraz. Tak jest, ponieważ płaszczak nie ma jakiegokolwiek „płaszczyzny symetrii”, czyli w tym przypadku linii symetrii. Powiemy, że płaszczak jest **asymetryczny**. Zauważmy, że umieszczenie luster w dowolnej pozycji daje obrazy nakładalne na siebie (po przesunięciu lub obróceniu).

W świecie linii symetryczna figura ma punkt **zwany środkiem symetrii**, który dzieli ją na zwierciadlane połowy. W świecie figur płaskich analogiem jest **oś symetrii**.

Przykłady



Rys. 6

Odbicia w trzech wymiarach

W przestrzeni trójwymiarowej figura nakładalna na jej obraz zwierciadlany (po ewentualnym przesunięciu lub obrocie) ma przynajmniej jedną płaszczyznę symetrii ewentualnie połączoną z obrotem. Nazwiemy taką figurę krótko **symetryczną**. Zatem przez figurę **asymetryczną** będziemy tu rozumieć taką, która nie posiada ani jednej tego rodzaju płaszczyzny (może jednak być symetryczna względem obrotów właściwych).

Niezależnie od liczby wymiarów:

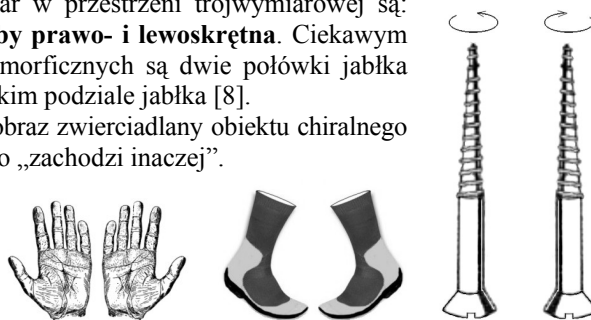
- figura jest **symetryczna (achiralna)**, jeżeli jest nakładalna (przez przesunięcie lub obrót) na jej obraz zwierciadlany;
- figura jest **asymetryczna (chiralna)**, jeżeli nie jest nakładalna na jej obraz zwierciadlany bez przechodzenia w przestrzeń o większej liczbie wymiarów.

Słowo „chiralny” pochodzi od greckiego słowa *cheir* = ręka.

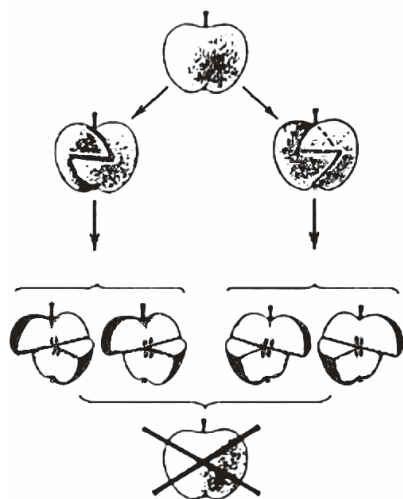
Figurę chiralną i jej obraz zwierciadlany nazywamy **parą figur enancjomorficznych**.

Przykładami takich par w przestrzeni trójwymiarowej są: para rąk, para butów, **śruby prawo- i lewoskrętne**. Ciekawym przykładem figur enancjomorficznych są dwie połówki jabłka otrzymane w tzw. królewskim podziale jabłka [8].

Mówi się czasem, że obraz zwierciadlany obiektu chiralnego jest z nim identyczny, tylko „zachodzi inaczej”.



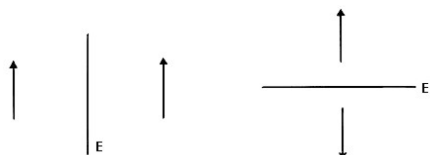
Rys. 7. Przykłady par figur enancjomorficznych



Rys. 8. „Królewski podział jabłka” (patrz też str. 70)

Odbicia kierunków

1. Strzałka obrazująca tzw. **wektor polarny**, na przykład wektor prędkości, jest nakładalna na swój obraz zwierciadlany, przy czym strzałka taka nie zmienia się przy odbiciu w płaszczyźnie równoległej do strzałki, a kierunek jej zmienia się na przeciwny przy odbiciu w płaszczyźnie prostopadłej do strzałki (zob. rys. 9a, b).



Rys. 9a

Rys. 9b

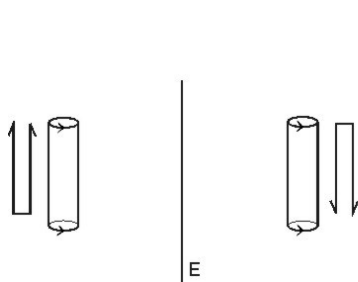
2. Kierunek może też być wyznaczony przez obracający się walec. Kierunek obrazuje się wtedy często także strzałką, umownie skierowaną tak, że jej koniec wskazuje na ten koniec walca, który widzimy obracający się przeciwnie do ruchu wskazówek zegara.



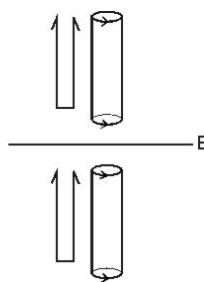
Rys. 10

Taka strzałka zachowuje się przy odbiciu zwierciadlanym **inaczej** niż strzałka pierwsza (zob. rys. 11a, b). Wektor, który tak zachowuje się przy odbiciu, nosi nazwę **wektora aksjalnego** (przykładami są: kręt orbitalny (moment pędu), spinowy, pole magnetyczne, moment magnetyczny).

Dla odróżnienia strzałki drugiej od pierwszej H. Genz [9] wprowadził dla wektora aksjalnego symbol: \rightleftarrows . W dalszym ciągu będziemy się posługiwać tym oznaczeniem.



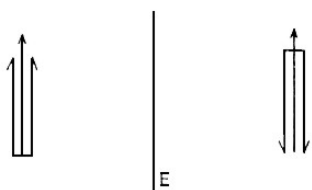
Rys. 11a



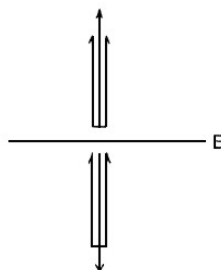
Rys. 11b

Jedna i druga strzałka są obiektami symetrycznymi (nakładalnymi na obraz zwierciadlany).

3. **Asymetrycznym obiektem (chiralnym)** jest dopiero „**śruba**”, czyli połączenie w tym samym obiekcie zwykłej strzałki i krążenia



Rys. 12a



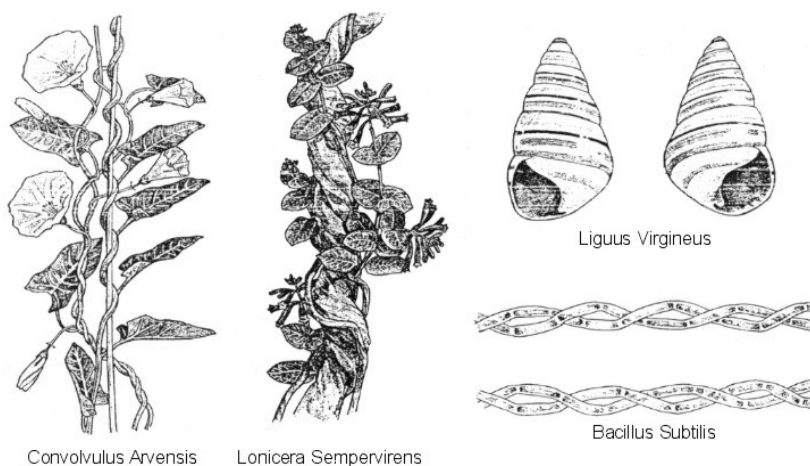
Rys. 12b

Asymetria istot żywych, kryształów i molekul

Człowiek i większość **zwierząt** mają tylko jedną płaszczyznę symetrii. Jest to symetria przybliżona (u człowieka: serce po lewej stronie, wyrostek po prawej, przewaga praworęczności nad leworęcznością itd.). Ta przybliżona symetria wykształcona została w dużym stopniu przez ewolucję. Na przykład u ryb: ruch pre-

ferował symetrię osiową, grawitacja podobnie tylko w innym kierunku, co w rezultacie dało płaszczyznę symetrii, przy czym na ogół żaden czynnik zewnętrzny nie wyróżnia strony prawej od lewej.

Rośliny mają przeważnie przybliżoną symetrię stożkową: pion od siły grawitacji, brak poziomej płaszczyzny symetrii, nieskończona liczba pionowych płaszczyzn symetrii. Owoce mają często nieskończenie wiele płaszczyzn symetrii (ale banan tylko jedną).



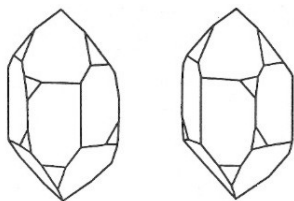
Rys. 13. Przykłady symetrii w przyrodzie

Jeżeli jakieś istoty żywe występują w formie chiralnej, to ich enancjomorficzni partnerzy także pojawiają się w przyrodzie, choć raczej rzadko. Na przykład wśród ludzi istnieje leworęczna mniejszość; serce po prawej stronie występuje, lecz bardzo rzadko. Wśród roślin pojawiają się struktury spiralne. Większość pnących się roślin, które rosnąc, owijają się wokół innych, tworzy śrubę prawoskrętną, ale jest też wiele lewoskrętnych. Podobnie większość muszli ślimaków jest prawoskrętna, ale też wiele jest lewoskrętnych. Chiralność występuje także wśród bakterii [10].

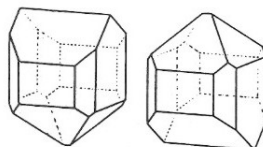
Kryształy często mają płaszczyzny symetrii, ale istnieją kryształy nienakładalne na swój obraz zwierciadlany, które mają odmianę lewoskrętną i prawoskrętną. Rozważmy tu przykładowo:

a) **kwarc** – dwutlenek krzemu, w którym mamy śrubowe ułożenie atomów, a śruba może być zarówno lewa, jak i prawa. Obserwuje się występowanie obu form wzajemnie enancjomorficznych;

b) **kwas winowy** – $C_4H_6O_6$ jest także chiralny i występuje w dwóch odmianach wzajemnie enancjomorficznych.



Rys. 14a. Kryształ górski



Rys. 14b. Kryształ kwasu winowego

Molekuły. Nasuwa się pytanie, czy cząsteczki, z których zbudowany jest kryształ, rozważane jako indywidualne składniki (o danym składzie atomowym), są zawsze symetryczne? Jeżeli tak, to zawsze będą mieć te same własności, czy to występując w przyrodzie, czy otrzymane syntetycznie w laboratorium. Jeżeli jednak molekula jest chiralna, wówczas można czy to znaleźć w przyrodzie, czy też zsyntetyzować dwie zupełnie inne formy tego samego związku chemicznego. Jedna forma będzie zawierała wyłącznie molekuly „prawoskrętne”, druga ich obrazy zwierciadlane – molekuly „leuoskrętne”. Takie asymetryczne cząsteczki istnieją i nazywa się je **stereoizomerami**.

Historia ich odkrycia jest bardzo ciekawa. Rozpoczęła się na początku XIX wieku. Fizyk i chemik francuski **Jean Baptiste Biot** odkrył, że wyżej wspomniane kryształy kwarcu mają zdolność obracania płaszczyzny polaryzacji światła (substancja optycznie czynna). Dwie formy enancjomorficzne obracają tę płaszczyznę w przeciwnych kierunkach. Stwierdził on ponadto, że gdy kryształy zostają rozpuszczone, to roztwór przestaje być czynny optycznie. Stąd wniosek: zdolność obracania płaszczyzny polaryzacji nie pochodzi z asymetrii cząsteczek kwarcu, lecz z asymetrii struktury krystalicznej, w której kwarc krystalizuje. Innym odkryciem Biota było to, że otrzymany z organizmów żywych **roztwór** kwasu winowego jest też optycznie czynny. Należało przypuszczać (roztwór!), że obiektami optycznie czynnymi są tu molekuly tej substancji.

Louis Pasteur, młody fizyk francuski kontynuował tę tematykę. Wiadomo było wówczas, że oprócz kwasu winowego (substancja organiczna) istnieje kwas gronowy, prawie niczym się nieróżniący od winowego, a jedyna różnica polega na tym, że jest optycznie nieczynny. Pasteur wykrystalizował kwas gronowy i stwierdził pod mikroskopem, że zawiera on dwie odmiany enancjomorficzne kwasu winowego. Mozolnie oddzielił jedne kryształki od drugich i przygotował dwa roztwory. Stwierdził, że oba są czynne optycznie, ale płaszczyznę polaryzacji skręcają jeden w prawo, drugi w lewo.

Innym bardzo ważnym odkryciem Pasteura było stwierdzenie, że pewnego rodzaju pleśń zanurzona w roztworze kwasu gronowego czyni ten roztwór optycznie czynnym. Wywnioskował stąd, że asymetryczny żywy organizm żywi się potrzebną mu formą enancjomorficzną i w ten sposób dokonuje selekcji. Doszedł więc do przekonania, że tylko w tworach organicznych mogą się znajdować substancje asymetryczne złożone wyłącznie z jednego rodzaju asymetrycznych cząstek. A oto jego wypowiedź (rok 1850):

Nieożywione symetryczne siły, działając na atomy czy cząsteczki symetryczne, nie mogą wytworzyć struktur asymetrycznych. Wytworzenie dwóch przeciwstawnych asymetrycznych połówek jest równoważne wytworzeniu symetrycznej całości, czy to w przypadku, gdy dwie asymetryczne połówki tworzą rzeczywiście jedną molekułę (mezofirma), czy to w przypadku, gdy istnieją jako dwie oddzielne molekuly, lewe i prawe składniki kwasu gronowego.

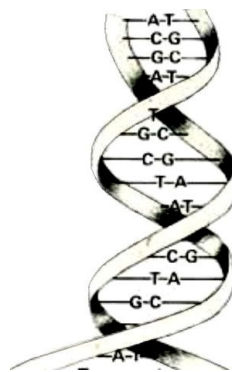
Dopiero w roku 1874 odkryto strukturę cząsteczek kwasu winowego tłumaczącą ich asymetrię [7].

Inaczej ujmując powyższe, można powiedzieć, co następuje: jeżeli kiedykolwiek odkrywamy w przyrodzie związek chemiczny złożony z cząsteczek asymetrycznych, który nie jest wynikiem zachodzenia procesów fizjologicznych (w organizmach żywych), zawsze odkrywa się go w formie **racemicznej** (lub mezofirmie), tzn. jest on mieszaniną równej ilości cząsteczek lewych i prawych. Łatwo zrozumieć, dlaczego tak się dzieje, gdy siły działające w przyrodzie są **siłami zwierciadlanie symetrycznymi**. Gdy tworzy się jakiś związek chemiczny, wówczas prawa przypadku nakazują, aby wytworzyły się w równych ilościach cząsteczki prawe i lewe. Nawet w laboratorium, jeżeli syntetyzuje się stereoizomery bez wprowadzania określonej asymetrii w warunkach ich syntezy, uzyskuje się racemiczną, symetryczną mieszaninę, która nie obraca płaszczyzny polaryzacji światła.

Natomiast, jak wiemy dziś, wszystkie organizmy żywe w swojej najistotniejszej strukturze zawierają asymetrię, między innymi w postaci podwójnej prawoskrętnej spirali DNA (czyli kwasu dezoksyrybonukleinowego).

Różne są hipotezy pochodzenia asymetrii organizmów żywych. Pasteur twierdził, że przy powstaniu życia musiała działać jakaś asymetria wszechświata.

W związku z powyższym nasuwa się pytanie: czy rzeczywiście oddziaływania między obiektami fizycznymi są symetryczne, inaczej: czy prawa fizyki są symetryczne, czy asymetryczne zwierciadlanie?



W następnym zeszycie zajmiemy się symetrią i asymetrią oddziaływań.

LITERATURA

- [1] Weyl H.: *Symetria*, PWN 1960.
- [2] Gajda J.: *Pitagorejczycy*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1996.
- [3] Mozzymas J.: *Ewolucja idei symetrii*. Wydawnictwo Uniwersytetu Wrocławskiego 1992.
- [4] Reichholf-Riehm H.: *Motyle*, Geo-Center, Warszawa 1996.
- [5] Zlat M.: *Symetria w sztuce* [w:] *Symetrie w sztuce i naukach humanistycznych*, pod red. J. Gajdy-Krynckiej, Leopoldinum, Wrocław 1993.
- [6] Shubnikov A.V., Koptsik V.A.: *Symmetry in Science and Art*, Plenum Press, N.Y. 1977.
- [7] Gardner M.: *Zwierciadlany wszechświat*, PWN, 1969.
- [8] Hargittai I., Hargittai M.: *Symmetry through the Eyes of a Chemist*, VCH, N.Y. 1986.
- [9] Genz. H.: *Symmetrie – Bauplan der Natur*, Piper, 1987.
- [10] Hegstrom R.A. Kondepudi D.K.: *Scientific American*, No. 1, 1990, 108.

Przypominamy, że o symetriach można przeczytać w artykule Katarzyny Cieślak „Symetria w przyrodzie”, *Foton* 87, zima 2004. Zachęcamy również do zajrzenia na stronę: <http://www.chem.univ.gda.pl/~tomek/aktywnosc-optyczna.htm>



Jan Paweł II obserwuje demonstrację przez Antoninę Kowalską „królewski podział jabłka”