



Masa relatywistyczna – niepotrzebny i szkodliwy relikw

Aleksander Nowik

Nauczyciel fizyki, matematyki i informatyki
Siemianowice Śląskie

Ouch! The concept of „relativistic mass” is subject to misunderstanding. That’s why we don’t use it. First, it applies the name mass – belonging to the magnitude of a four-vector – to a very different concept, the time component of a four-vector. Second, it makes increase of energy of an object with velocity or momentum appear to be connected with some change in internal structure of the object. In reality, the increase of energy with velocity originates not in the object but in the geometric properties of space-time itself.

E.F. Taylor, J.A. Wheeler, *Spacetime Physics*, 2nd ed.

Wstęp

Od kilkadziesiąt lat fizycy stopniowo przestają posługiwać się pojęciem masy relatywistycznej. Obecnie w pracach naukowych termin „masa” oznacza niezmienniczą masę tzw. spoczynkową, a masa relatywistyczna prawie w ogóle nie występuje. Natomiast w wielu publikacjach popularnonaukowych i niektórych podręcznikach pod nazwą „masa” w dalszym ciągu kryje się „masa relatywistyczna”. „Niereformowalni” autorzy tych publikacji i podręczników uważają, że bez tego pojęcia nie można wytłumaczyć niektórych problemów teorii względności. Na przykład piszą, że ciało masywne nie może osiągnąć prędkości światła, bo jego masa (relatywistyczna) rośnie do nieskończoności. Postaram się wykazać, że jest to fałszywe pojmowanie teorii względności. Masa relatywistyczna to sztuczny twór, jest swoistą „protezą”, która umożliwia „wyjaśnianie” zjawisk relatywistycznych w sposób klasyczny. Dlatego używanie masy relatywistycznej w nauczaniu fizyki prowadzi do wielu błędów i nieporozumień, jest również niepoprawne z punktu widzenia dydaktyki, gdyż wypacza prawdziwy sens teorii względności. Chciałbym również pokazać, że można uczyć teorii względności nie używając pojęcia „masy relatywistycznej”. Większość autorów nowych podręczników do szkół ponadgimnazjalnych nie posługuje się tym pojęciem i nie ma problemów, aby wyjaśnić, na czym polega deficyt masy w fizyce jądrowej, czy nieosiągalność prędkości światła przez ciała masywne.

Aby uniknąć nieporozumień na potrzeby artykułu będę stosował trzy nazwy: masa relatywistyczna m_r , masa spoczynkowa m_0 oraz masa m , która będzie oznaczać masę znaną z mechaniki klasycznej.

Masa Newtona, czyli jak zmierzyć „ilość materii”

Wymiana towarów między ludźmi doprowadziła już bardzo dawno do powstania pojęcia ilości materii, czyli masy. Również obecnie właśnie tak jest pojmo-

wana masa przez większość ludzi. Takie pojęcie masy poznają uczniowie już w szkole podstawowej. Uczymy ich, że masa jest miarą ilości materii. Dwa kilogramy cukierków zawierają dwa razy więcej cukierków niż jeden kilogram. Masa jako ilość materii jest niejako z definicji wielkością addytywną. Jednak „pomiar” masy poprzez zliczanie sztuk danego towaru nie był dobrą metodą, ponieważ zauważono, że poszczególne egzemplarze danego towaru różnią się od siebie wielkością. Poza tym dla towarów sypkich (mąka) i ciekłych (olej, wino) jest to niewykonalne. W praktyce stosowano więc dwie metody pomiaru ilości materii – ważenie (porównywanie ciężarów) i pomiar objętości. Uważano bowiem, że ciężar i objętość są to wielkości addytywne.

Po powstaniu mechaniki klasycznej Newtona pojawiła się kolejna możliwość pomiaru ilości materii. Z zasad dynamiki wynika, że stosunek siły działającej na dane ciało do uzyskanego przyspieszenia jest stały dla danego ciała (niezależnie od wartości siły) i jest również addytywny. Stosunek siły do przyspieszenia nazwano masą bezwładną, ponieważ jest miarą bezwładności, czyli informuje nas jak dużej siły należy użyć, aby nadać ciału określone przyspieszenie. Ponieważ masa bezwładna jest addytywna (według mechaniki klasycznej), więc wydawało się, że jest również dobrą miarą ilości materii. W prawie grawitacji Newtona pojawiła się kolejna masa tzw. masa grawitacyjna. Z przeprowadzonych z dużą dokładnością doświadczeń wynika, że masa bezwładna jest równa masie grawitacyjnej.

W ramach mechaniki klasycznej nazwa masa oznacza wielkość, która jest miarą:

- ilości materii,
- bezwładności,
- zdolności do oddziaływania grawitacyjnego.

Masa Newtona jest wielkością zachowaną i addytywną. Jest taka sama, niezależnie od układu odniesienia – nie zależy od prędkości ciała.

Masy relatywistyczna – źródło błędów i nieporozumień

W swojej książce „STW” z 1977 roku W.A. Ugarow napisał: *W podręcznikach STW zwłaszcza tych dawniejszych, wprowadza się często tzw. masę relatywistyczną m_{rel}*

$$m_{rel} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

która z definicji zależy od prędkości i której próbuje się przypisać znaczenie fizyczne. Czy należy tak czynić – jest to problem czysto metodyczny. Jeżeli przez m_{rel} będziemy uważać wygodne krótkie oznaczenie, to problemu nie ma. Co innego, gdy chcemy podać fizyczną interpretację masy relatywistycznej. Prowadzi to często do nieporozumień i mętnych wyjaśnień.

Ogólna definicja masy relatywistycznej jest następująca (E – energia całkowita układu):

$$m_r = E/c^2$$

Z tej definicji wynika, że masa relatywistyczna jest to po prostu przeskalowana energia całkowita ciała i nie ma innej interpretacji. Samo używanie w jej nazwie słowa „masa” jest już nadużyciem, bo masa relatywistyczna nie jest poprawną miarą bezwładności ani zdolności do oddziaływania grawitacyjnego. Nie jest również miarą ilości materii. Nieporozumienia wynikają również z tego, że bardzo często nie jest używana pełna nazwa „masa relatywistyczna” tylko „masa”, co sugeruje, że to jest ta sama masa, którą znamy z mechaniki klasycznej Newtona.

Istotnie wprowadzenie masy relatywistycznej nie wnosi nic, a może prowadzić do nieporozumień i błędów. Oto kilka przykładów błędnej interpretacji masy relatywistycznej, które można spotkać w podręcznikach i książkach popularnonaukowych.

Przykład 1: Ciało nie może osiągnąć prędkości światła, ponieważ jego masa (relatywistyczna) rośnie do nieskończoności, gdy prędkość ciała zbliża się do prędkości światła. (Takie wyjaśnienie jest podane np. w słynnej książce G. Gamowa *Pan Tompkins w krainie czarów*).

Nie jest to poprawne wyjaśnienie z wielu powodów. Nieosiągalność prędkości światła można wytłumaczyć na dwa sposoby, które wzajemnie się wykluczają: albo wzrostem bezwładności ciała albo geometrycznymi własnościami czasoprzestrzeni. Jeżeli przyjmujemy, że rośnie bezwładność ciała, to oznacza, że w ciele zachodzą bez przyczyny jakieś wewnętrzne przemiany, gdyż bezwładność jest immanentną cechą ciała. Oprócz tego masa relatywistyczna nie opisuje w tym przypadku poprawnie bezwładności ciała. Zgodnie z zasadami mechaniki relatywistycznej, kiedy rozpędzamy ciało siłą równoległą do prędkości (np. w akceleratorze liniowym) związek między siłą a przyspieszeniem wyraża następujące równanie:

$$F = \frac{m_0 a}{\left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^3}$$

W tym przypadku stosunek siły do przyspieszenia, nie jest równy masie relatywistycznej.

$$\frac{F}{a} = \frac{m_0}{\left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^3} = \frac{m_r}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Trzeba się w ogóle zastanowić, czy stosunek siły do przyspieszenia jest dobrą miarą bezwładności ciała, **które się porusza?** Z zasad mechaniki relatywistycznej wynika, że stosunek ten zależy nie tylko od prędkości, ale również od kierunku siły względem kierunku prędkości! Dlaczego bezwładność ciała miałaby zależeć od kierunku, w jakim popycha je siła? To jakiś absurd!

Wszystkie wymienione wyżej zastrzeżenia prowadzą do wniosku, że **wzrost bezwładności jest pozorny**, a jedynym poprawnym wyjaśnieniem jest wyjaśnienie oparte o przekształcenia współrzędnych czasu i przestrzeni tzw. transformacje Lorentza, które wynikają przecież bezpośrednio z postulatów STW. Przyjrzyjmy się jeszcze raz równaniu wyrażającemu związek między siłą a przyspieszeniem, ale zapiszmy je inaczej, wtedy zobaczymy prawidłowe wyjaśnienie.

$$F = m \left[\frac{a}{\left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^3} \right]$$

Wyrażenie w nawiasie klamrowym to jest przyspieszenie ciała w układzie, w którym ciało chwilowo spoczywa. Oznaczmy je a_0 . Dostajemy wobec tego następujące równanie:

$$a = a_0 \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^3$$

Równanie to przedstawia transformację przyspieszenia, wynikającą z transformacji Lorentza dla tego konkretnego przypadku. Z tego równania wynika od razu, że przyspieszenie ciała mierzone w układzie, względem którego to ciało porusza się z prędkością v jest zawsze mniejsze od przyspieszenia w układzie spoczynkowym. Przy założeniu, że siła jest stała, czyli a_0 jest stałe, przyspieszenie a maleje do zera, gdy prędkość ciała zbliża się do prędkości światła. Jednak wynika to nie ze wzrostu bezwładności, lecz z geometrycznych własności czasoprzestrzeni. Jak widać to przyspieszenie jest względne, a nie masa.

Przykład 2: Najslawniejszy wzór fizyki $E = mc^2$ odkryty przez Einsteina przedstawia zależność między energią całkowitą, a masą (relatywistyczną) ciała.

Po pierwsze, jeżeli E oznacza energię całkowitą, a m masę relatywistyczną, to wzór ten nie przedstawia żadnej zależności tylko definicję masy relatywistycznej.

Po drugie, z tego wzoru wynika, że każdej energii odpowiada masa (relatywistyczna), co w połączeniu z błędną interpretacją masy relatywistycznej jako

miary bezwładności prowadzi do niedorzecznych wniosków np. pojedynczy foton posiada bezwładność.

Po trzecie, wystarczy dokładnie przeczytać tytuł słynnej pracy Einsteina z 1905 roku: „Czy bezwładność ciała zależy od **zawartej w nim** energii” i prześledzić wyprowadzenie najsłynniejszego wzoru fizyki, aby przekonać się, że E oznacza w tym wzorze energię „wewnątrz” ciała. Natomiast m oznacza masę spoczynkową, która jak się okazuje jest równoważna masie z mechaniki Newtona. Wobec tego Einstein odkrył zależność między masą spoczynkową i całkowitą energią **wewnątrz** spoczywającego ciała. Bezwładność ciała zależy tylko od **zawartej w nim** energii, a ta jest wprost proporcjonalna do masy spoczynkowej ciała, która nie zależy od prędkości ciała. Wobec tego bezwładność ciała nie rośnie z jego prędkością.

Powstaje pytanie: dlaczego energia kinetyczna składników „wewnątrz” ciała (układu) wnosi wkład do bezwładności, a energia kinetyczna poruszającego ciała nie zmienia jego bezwładności?

Po prostu energia spoczynkowa, to jest energia, którą układ „rzeczywiście” posiada. Jest ona niezmiennikiem, podobnie jak masa spoczynkowa, więc w każdym układzie odniesienia jest taka sama. Właśnie dlatego obliczenia maksymalnej „użytecznej” energii przeprowadza się w układzie środka masy, bo to jest energia, którą można wykorzystać np. na generację nowych cząstek w zderzeniach. Energia kinetyczna cząstki poruszającej się „samotnie” nie jest w tym sensie „użyteczna”. Można się tu posłużyć analogią do temperatury ciała. Ruch ciała jako całości również nie zmienia jego temperatury, liczy się tylko energia kinetyczna cząsteczek, mierzona w układzie spoczynkowym ciała.

Przykład 3: Okres obiegu naładowanej cząstki przyśpieszanej w cyklotronie zwiększa się, gdy prędkość cząstki zbliża się do prędkości światła, ponieważ rośnie jej masa (relatywistyczna)

Zgodnie z zasadami mechaniki relatywistycznej, kiedy działamy na ciało siłą prostopadłą do prędkości związek między siłą a przyśpieszeniem wyraża następujące równanie:

$$F = \frac{m_0 a}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Korzystając z wzoru na siłę dośrodkową i siłę Lorentza można wyprowadzić następujące równanie na okres obiegu cząstki:

$$T = \frac{2\pi}{qB} \cdot \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Fakt wzrostu okresu obiegu można, podobnie jak w przykładzie pierwszym, wytłumaczyć na dwa sposoby, które wzajemnie się wykluczają: albo wzrostem bezwładności ciała albo geometrycznymi własnościami czasoprzestrzeni – w tym przypadku dylatacją czasu. Jeśli wybierzemy pierwszą możliwość – wzrost bezwładności, to znaczy, że nie ma dylatacji czasu! Okres się zwiększa, bo masa (relatywistyczna) się zwiększa z prędkością. Chcemy w sposób klasyczny wytłumaczyć zjawisko relatywistyczne!

$$T = \frac{2\pi m_r}{qB}$$

Prawidłowa jest interpretacja relatywistyczna, którą zobaczymy przepisując powyższe równanie w następującej postaci:

$$T = \left(\frac{2\pi m_0}{qB} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Wyrażenie w nawiasie to okres obiegu zmierzony w układzie cząstki (czas własny) T_0 . Otrzymujemy wówczas równanie:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Równanie to przedstawia dylatację czasu obiegu, czyli okresu. Ponieważ dylatację czasu potwierdzono w wielu doświadczeniach, to właśnie dylatacja czasu jest przyczyną wzrostu okresu obiegu, a nie wzrost bezwładności! (Równie dobrze jak masę moglibyśmy „uzmiennić” liczbę π i twierdzić, że liczba π zależy od prędkości i dlatego rośnie okres).

Masa spoczynkowa – poprawne uogólnienie masy Newtona

Definicja masy spoczynkowej w teorii względności jest następująca:

$$m_0 = \frac{E^2 - p^2 c^2}{c^2}$$

Z tej definicji i zasad mechaniki relatywistycznej wynika, że masa spoczynkowa:

- Jest wielkością zachowaną tzn. masa układu izolowanego jest zachowana.
- Jest jedyną poprawną miarą bezwładności ciała. W stanie spoczynku $m_0 = F/a$.
- Jest miarą zdolności ciała do oddziaływania grawitacyjnego.

- Jest niezmiennikiem, czyli nie zmienia się przy przejściu od jednego układu inercjalnego do drugiego.
- W ogólności nie jest addytywna, ale jeśli ciała nie oddziałują ze sobą zbyt silnie i nie poruszają się względem siebie zbyt szybko, to masa spoczynkowa układu jest równa sumie mas spoczynkowych składników. Tak jest w otaczającym nas świecie – energia oddziaływań jest mała, a prędkości ciał niewielkie w stosunku do prędkości światła.

Z powyższego zestawienia wynika, że to, co w mechanice klasycznej rozumiano po nazwę masa odpowiada (z pewnymi zastrzeżeniami) pojęciu masy spoczynkowej. Dlatego właśnie masę spoczynkową można nazywać po prostu masą i oznaczać literą m . Posłużymy się tym pojęciem i oznaczeniem do wyjaśnienia deficytu masy w fizyce jądrowej.

Wyjaśnienie deficytu masy w fizyce jądrowej

Na podstawie pomiarów stwierdzono, że masy jąder atomowych nie są równe sumie mas nukleonów, z których dane jądro się składa. Na przykład masa deuteru nie jest równa sumie mas protonu i neutronu, z których deuter się składa. Różnicę między **sumą mas** nukleonów a **masą jądra** nazywamy deficytem masy Δm .

Aby wyjaśnić ten fakt wykorzystamy najslawniejszy wzór fizyki:

$$E_0 = mc^2$$

E_0 – całkowita energia ciała w stanie spoczynku (nazywana energią spoczynkową). Jeżeli jest to układ składający się z wielu ciał, to jest to całkowita energia w układzie, w którym całkowity pęd jest równy zero, czyli składowe ciała mogą się poruszać, ale wektorowa suma ich pędów (pęd całkowity układu) jest równa zero.

Z powyższego równania wynika, że:

Całkowita energia ciała w spoczynku jest proporcjonalna do jego masy.

Na przykład dla układu o masie M dwóch ciał o masach m_1 i m_2 otrzymujemy następujące równania:

$$\begin{aligned} E_0 &= m_1c^2 + m_2c^2 + E_{k1} + E_{k2} + E_p \\ Mc^2 &= m_1c^2 + m_2c^2 + E_{k1} + E_{k2} + E_p \quad /:c^2 \\ M &= m_1 + m_2 + (E_{k1} + E_{k2} + E_p)/c^2 \end{aligned}$$

z ostatniego równania wynika, że:

Masa układu może nie być równa sumie mas składników!

Masa układu może być większa lub mniejsza od sumy mas składników w zależności od znaku sumy energii kinetycznych i potencjalnych. Na przykład masa gazu doskonałego jest większa od sumy mas cząsteczek tego gazu, a masa

jądra jest mniejsza od sumy mas nukleonów, z których się składa. Masa układu jest równa sumie mas ciał składowych, gdy suma energii kinetycznych i potencjalnych jest równa zero, np. gdy ciała składowe spoczywają i nie oddziałują ze sobą. Masa układu jest równa sumie mas (w przybliżeniu), gdy energie kinetyczne i energia potencjalna są małe (co do wartości bezwzględnej) w porównaniu do energii spoczynkowych składników.

Jeżeli składniki układu się przyciągają, to energia potencjalna jest ujemna. Wówczas, gdy składniki układu spoczywają lub mają niewielką energią kinetyczną, masa układu M jest mniejsza od sumy mas składników $m_1 + m_2$. Oznacza to, że dla rozdzielenia składników tego układu jest potrzebna energia z zewnątrz, układ się sam nie rozdzieli, a więc jest „związany”.

Takimi układami związanymi są jądra atomowe (również atomy, cząsteczki, Układ Słoneczny). Deficyt masy układu związanego można obliczyć następująco:

$$\Delta m = m_1 + m_2 - M = -(E_{k1} + E_{k2} + E_p)/c^2$$

Energia wiązania E_w to minimalna energia, którą trzeba dostarczyć składnikom układu związanego, aby je rozdzielić (oddalić by nie oddziaływały ze sobą). Energia wiązania zostaje uwolniona podczas tworzenia się układu związanego ze swobodnych składników (syntezy).

Możemy ją obliczyć mierząc deficyt masy Δm . Znając deficyt masy, energię wiązania obliczamy za pomocą wzoru:

$$E_w = -(E_{k1} + E_{k2} + E_p) = (m_1 + m_2 - M) \times c^2$$

$$E_w = \Delta m \times c^2$$

Jak widać z przeprowadzonego rozumowania, opartego na słynnym wzorze Einsteina i addytywności energii, masa nukleonu wewnątrz i na zewnątrz jądra atomowego jest taka sama. Natomiast masa jądra jest mniejsza od sumy mas nukleonów, ponieważ energia potencjalna oddziaływania między nukleonami jest ujemna.

Zakończenie

Mam nadzieję, że udało mi się pokazać, że masa relatywistyczna jest pojęciem zbytecznym i można się bez niej obejść ucząc fizyki. Po za tym, jak starałem się wykazać, prowadzi do rozlicznych nieporozumień i błędów. Znany rosyjski fizyk Borys Okun napisał z okazji Światowego Roku Fizyki 2005 artykuł „Pedagogiczny wirus masy relatywistycznej”, w którym nazywa masę relatywistyczną „pedagogicznym wirusem”, bo to właśnie głównie nauczyciele fizyki, autorzy podręczników i książek popularnonaukowych, przekazują to zbędne w fizyce współczesnej pojęcie kolejnym pokoleniom, a ci „zarażają” następne pokolenia. Einstein, który był autorem pomysłu, że masa zależy od prędkości, wycofał się z tej koncepcji, ale było już za późno – „wirus” masy relatywi-

stycznej rozprzestrzenił się w literaturze fizycznej i umysłach ludzi. Dlatego apeluję do nauczycieli oraz autorów podręczników i książek popularnonaukowych – nie „zarażajmy” kolejnych pokoleń „wirusem” masy relatywistycznej. Miejsce masy relatywistycznej jest tylko w pracach o historii fizyki, jako przykład chybionego i szkodliwego pojęcia.

Literatura

- [1] W.A. Ugarow, *Szczególne teoria względności*, PWN (1985)
- [2] L.B. Okun, *The virus of relativistic mass in the year of physics* (2006)
- [3] L.B. Okun, *The Concept of Mass, Physics Today* (1989)
- [4] J. Salach, *Jak uczyć w szkole teorii względności*, ZamKor (2008)
- [5] J. Gluza, *Relikt w fizyce-pojęcie masy relatywistycznej*, *Fizyka w Szkole* 1/1994
- [6] Polskie tłumaczenia prac Einsteina: *Albert Einstein, 5 prac, które zmieniły oblicze fizyki*, Wydawnictwo Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 2005
- [7] E.F. Taylor, J.A. Wheeler, *Spacetime Physics*, 2nd ed. Freeman and Company, New York 1992

W artykule wykorzystałem fragmenty moich artykułów zamieszczonych w *Fizyce w Szkole* nr 4/2012 – *Nieśmiertelny wirus masy relatywistycznej* i w numerze 2/2011 – *Zrozumieć Einsteina, czyli szczególna teoria względności dla humanistów*.