Soczewki grubasy

Grzegorz Karwasz
Instytut Fizyki, Pomorska Akademia Pedagogiczna, Słupsk
Dipartimento di Fisica, Università di Trento, Włochy

Mirosław Brozis
Dipartimento di Fisica, Università di Trento, Włochy

Abstrakt

W artykule opisujemy trzy zagadnienia optyki geometrycznej, zazwyczaj pomijane w nauczaniu fizyki: 1) zależność ogniskowej od ośrodka, w którym znajduje się soczewka; 2) sferyczne powierzchnie załamujące (półsoczewki); 3) soczewki w formie pełnej kuli.

1. Grube jest piękne, albo przynajmniej było na obrazach Rubensa (1577–1640). Od czasów traktatu Izaaka Newtona *Optyka* (1704) grube są w niełasce, a panują niepodzielnie soczewki cienkie, które opisuje równanie

$$1/f = 1/p + 1/q, \tag{1a}$$

gdzie ogniskowa f zależy od promieni krzywizny soczewki w sposób następujący

$$1/f = (n - 1)(1/R_1 + 1/R_2), \tag{1b}$$

n jest współczynnikiem refrakcji, czyli załamania, materiału soczewki, a p i q oznaczają odległość przedmiotu i obrazu od soczewki.

(Dla przypomnienia, jeśli soczewka jest wklęsła, to promienie krzywizny uważa się za ujemne; w konsekwencji jeśli q jest ujemne, to obraz jest pozorny – powstaje po tej samej stronie co przedmiot.)

Wszystko, co nie spełnia równania (1), nazywane jest aberracją, czyli *zboczeniem*. Okazuje się, że zboczeń jest więcej niż przypadków prawowitych.

2. Na ogół milcząco zakłada się, że przed i za soczewką znajduje się powietrze (o współczynniku załamania w przybliżeniu n = 1). Jeśli jest inaczej, jak np. w przypadku bąbelków wody w oleju lub innych dwóch różnych cieczy (fot. 1), „wypukły" bąbelek staje się soczewką rozpraszającą. Podobnie jest w przypadku straganu ze *wszystkimi* rozmiarami baterii, jak na fot. 2. (Młodzież nie pamięta, ale jeszcze 20 lat temu zdobycie np. baterii „paluszków" było nie lada wyczynem handlowym; nasz projekt rozwiązuje ten problem).

Pełne równanie soczewki, uwzględniające trzy różne ośrodki: n_1, w którym znajduje się obiekt, n_2 materiału soczewki i n_3 materiału, w którym powstaje obraz, nie jest wcale takie proste:

$$n_1/p + n_3/q = (n_2 - n_3)/R_2 + (n_2 - n_1)/R_1 \tag{2}$$

Fot. 1. Kaczki w szklanej popielniczce: jest to przykład dwóch cieczy niemieszających się. Ciecz niebieska, mimo że cięższa, ma niższy współczynnik załamania niż ciecz bezbarwna. Potrząsanie popielniczką wytwarza bąbelki jednej cieczy w drugiej (lub bąbelki powietrza), które działają jak soczewki rozpraszające. Taki sam efekt można uzyskać, nalewając do słoika 0,5–1 cm^3 oleju, a następnie gwałtownie mieszając w celu dla utworzenia bąbelków powietrza; jeszcze lepiej zamieszać olej z wodą

Fot. 2. Stragan z bateriami wszystkich rozmiarów. Baterie są oczywiście jednego jedynego rodzaju, jak niegdyś w PRL, a tylko woda się znajduje raz w szklance, raz w akwarium (a czasem w głowie)

Ogniskowa (tzn. q dla warunku $p = \infty$) wynosi $q = n_3[R/(2n_2 - n_3 - n_1)]$, gdzie założyliśmy dla uproszczenia $R_1 = R_2$. Ponieważ wewnątrz ludzkiego oka n_3 odpowiada „ciału szklistemu”, czyli praktycznie wodzie, a współczynnik załamania soczewki oka nie jest wiele większy od 1,0, to pływak bez okularów do nurkowania widzi wszystko rozmazane, tak jak krótkowidz o gigantycznej wadzie wzroku – „bryle jak lunety” (rozwiązanie zadania na stronie internetowej [1]).

3. W równaniach (1) i (2) nadal pozostają ukryte założenia: 1) że promienie biegną blisko osi soczewki (co jest równoważne założeniu o dużym promieniu krzywizny soczewki) i 2) że soczewka jest cienka.

Jeśli soczewka nie jest cienka, to promienie równoległe, biegnące z nieskończonej odległości, ale leżące w różnej odległości od osi optycznej, wcale nie skupiają się w jednym punkcie. Taką aberrację nazywamy **sferyczną**, bo poniekąd jest spowodowana kulistą formą soczewki – grubszą nieco w środku. Jest to jednakże *tautologia*, bo soczewki są sferyczne (łatwiej je szlifować). W przypadku luster – aby promienie skupiały się w jednym punkcie, forma zwierciadła powinna być paraboliczna, co z kolei ogranicza ich kątowy zakres obserwacji.

4. Z tej samej sferycznej formy soczewki cienkiej wynika, że jeśli obiekt nie znajduje się na osi optycznej, to jego obraz jest zniekształcony – punktowe źródło światła zamienia się w przecinek (aberracja nosi nazwę ***komy***). I jest jeszcze aberracja ***chromatyczna*** – wynikająca z zależności współczynnika załamania od długości fali światła. Tę aberrację usuwa się, składając dwa gatunki szkła, które w podręcznikach nazywa się *crown* – szkło sodowo-wapniowe (n = 1,52) oraz *flint*, czyli krzemień – o dużej zawartości tlenku ołowiu (n = 1,65). Nazwy pochodzą jeszcze z pozwolenia na produkcję, wydanego przez króla Anglii w 1676 roku dla niejakiego George'a Ravenscrofta, który podobno wywiózł sekrety produkcji szkła z Wenecji. Dziś odmian szkła jest nieskończenie wiele [1].

5. Jeśli soczewka jest gruba, to wcale nie jest powiedziane, że promienie biegnące z nieskończoności skupią się w tej samej odległości od „środka" soczewki. Co zresztą jest „środkiem" soczewki? W tym przypadku każdą płaszczyznę rozgraniczającą powietrze/szkło, a następnie szkło/powietrze należy rozważać oddzielnie, jako tzw. dioptrię, czyli ***półsoczewkę***. Czytelnikom *Fizyki w Szkole* równanie dioptrii nie powinno być obce, bo zostało ostatnio „przemycone" z zadaniami z Olimpiady Fizycznej [2]. A jest ono np. w programie włoskich liceów.

$$n_1/p + n_2/q = (n_2 - n_1)/R, \tag{3a}$$

gdzie, podobnie jak w równaniu (1), zakłada się, że przedmiot leży na lewo od granicy rozdziału dwóch ośrodków, natomiast promień krzywizny R uważa się za dodatni, jeśli środek krzywizny leży na prawo od granicy ośrodków, zaś ujemne q oznacza, że obraz powstaje po tej samej stronie co przedmiot (czyli po lewej).
Powiększenie dioptrii wyraża się wzorem

$$I = n_1q/n_2p = (q - R)/(p + R), \tag{3b}$$

gdzie ujemny znak I oznacza obraz prosty (nieodwrócony).

6. Raz poznawszy równanie półsoczewki, jesteśmy w stanie wyjaśnić rachunkowo wielkość bąbli powietrza w szklanej lub żelatynowej kuli (lub np. pachnących,

żelatynowych świecach, zob. kolekcja zdjęć w Internecie [1]). Dla przykładu bąbel w głębi kuli (np. 15 cm od „przedniej" powierzchni) o średnicy 20 cm (w tym przypadku należy przyjąć promień $R = -10$ cm w równaniu dioptrii) będzie wydawał się 1,6 raza większy, jeśli pływa w wodzie ($n = 1{,}33$) i 2 razy większy, jeśli jest zatopiony w szkle ($n = 1{,}5$). Jeśli natomiast umieścimy go bliżej, np. 5 cm od przedniej ścianki, to powiększenie w szkle zmniejszy się do 1,2 raza. W granicznym przypadku przedmiot na końcu kuli jest powiększony $n/(n-2)$ razy, czyli dla szkła 3 razy, niezależnie od promienia (zob. fot. 3).

Fot. 3. Kula z weneckiego szkła – przykład półsoczewki. Owalny kwiatek w głębi kuli wydaje się 3 razy większy niż ten z przodu. Deformacje kwiatków na brzegach kuli są dowodem, że równanie półsoczewki korzysta z tych samych założeń co równanie soczewki cienkiej: promieni przyosiowych. Jeśli promienie nie są przyosiowe, to równania (1)–(3) nie są stosowane

Ponieważ powiększenie zależy od położenia, postacie całkiem proporcjonalne, np. krasnal na fot. 4, stają się w „magicznych" kulach karykaturami.

Fot. 4. Nierównomierne powiększenie obiektu w kuli, w zależności od jego położenia, czyni z krasnala potwora. Etykieta sklepowa leży poza kulą – jej zniekształcenie pokazuje, że optyka grubych soczewek jest – dla promieni nieprzyosiowych – bardzo skomplikowana

6a. Dioptria wklęsła daje oczywiście obrazy pomniejszone (promień krzywizny jest dodatni, zob. przykład liczbowy w [1]), jak np. fotelik z pingwinami (fot. 5), czy „Ostatnia wieczerza" (fot. 6); (z Republiki Ludowej Chin, czegóż nie robi się dla pieniędzy!).

Fot. 5. Zmienny promień krzywizny – raz dodatni raz ujemny, tworzy z fotelika z pingwinami obiekt nie mniej zajmujący niż kalejdoskop (zob. też [1])

Fot. 6. Chińska „Ostatnia wieczerza" – wklęsła półsoczewka pomniejsza

7. Gdy już umiemy liczyć półsoczewki, to soczewka gruba jest niczym innym jak złożeniem dwóch półsoczewek: powietrze/szkło + szkło/powietrze. Dla przykładu ogniskowa soczewki o promieniu 10 cm, wykonanej ze szkła (n = 1,5), wynosi 5 cm. Natomiast dla soczewki cienkiej, dwuwypukłej, o obu promieniach krzywizny równych 10 cm, ogniskowa jest dwa razy większa, 10 cm.

I tu widać sens używania soczewek cienkich: w soczewce grubej, aby uzyskać obraz powiększony i prosty (jak w lupie), obiekt musi się znajdować bardzo blisko niej. W naszym przypadku liczbowym przy zmianie odległości obiektu od szklanej kuli z 3 cm na 4 cm powiększenie rośnie z –6,4 na –12 razy. W analogicznej soczewce cienkiej powiększenia zmieniają się mniej, z –4,3 na –6,6 raza dla powyższych odległości. Soczewka gruba jest więc obiektem „bliskowidzącym".

Powiększenie przedmiotu leżącego tuż za kulą ($p = 0$) wynosi – podobnie jak dla przedmiotu leżącego na „końcu" kuli – $n/(n - 2)$, czyli 3 dla szkła o $n = 1,5$.

Dla odległości większych od ogniskowej powstające w kuli obrazy są odwrócone, podobnie jak dla soczewek cienkich (zob. fot. 7).

Fot. 7. Jedna wieża Eiffla jest umieszczona w kuli – kula działa jak półsoczewka. Wieża odwrócona to obraz wieży z kuli sąsiedniej – dwie kule tworzą coś w rodzaju mikroskopu: jedna wytwarza obraz rzeczywisty odwrócony, druga tworzy z niego obraz pozorny

8. Pierwsze mikroskopy były jednak budowane z soczewek grubych – szklanych kul. Ich konstruktor, Anton van Leeuwenhoek, przeszedł do historii jako twórca mikrobiologii, zupełnie przez przypadek. Handlował suknem i przyprawami i któregoś dnia postanowił sprawdzić, dlaczego pieprz piecze. Podejrzewał, że nasionka mają małe haczyki, którymi przyczepiają się do języka. Rozgniótł więc trochę nasion pieprzu i zalał wodą, aby namiękły. Był jednak zajęty sprawami zawodowymi, więc obejrzał pieprz dopiero po paru dniach: roiło się w nim od mikrobów.

Przypadek van Leeuwenhoeka jest typowym przykładem pożytków płynących z twórczej swobody *niesubordynacji* naukowców: zamiast koncentrować się na zaplanowanych badaniach, zajął się mikrobiologią. W rezultacie mamy dziś DNA, mutacje i klony. A haczyki w pieprzu nadal czekają na swego odkrywcę!

9. Równanie dioptrii pozwala też wyjaśnić, dlaczego ryby w wodzie i pranie w pralce (oglądane przez szklany wziernik) wydają się położone bliżej niż w rzeczywistości. Wystarczy w tym celu przyjąć promień krzywizny dioptrii $R = \infty$ i w konsekwencji równanie (tzw. dioptrii płaskiej) przyjmuje postać $q = -(n_2/n_1)p$, a powiększenie wynosi $I = -1$ (obraz jest pozorny). Efekt „przybliżenia" jest znaczny, jeśli dioptrią jest np. szklany sześcian, uchwyt na notatki (fot. 8).

Fot. 8. Płytka równoległościenna to też gruba soczewka (złożenie dwóch półsoczewek o promieniach $R = \infty$). Nie powiększa, a tylko przybliża

I tak np. guzik w pralce w odległości 10 cm od wziernika o grubości 1 cm wydaje się być położony w odległości 8,2 cm, a nie 11 cm (szczegóły obliczeń w wersji internetowej artykułu [1]). To samo zagadnienie da się rozwiązać, analizując bieg promieni załamanych, ale pytanie brzmi wówczas: „Rybak widzi szczupaka pod kątem 50°, pozornie na głębokości 2 m; gdzie znajduje się szczupak?".

10. Ciągle jednak nie pozbyliśmy się założenia 1) – promieni przyosiowych (paraksjalnych). Jak widać na zdjęciu nr 9, zwykła szklanka staje się skomplikowanym urządzeniem optycznym, które trudno przybliżyć jakimś równaniem – z pomocą przychodzą komputery [3]. Skomplikowane bryły soczewek dostarczają efektów zupełnie niespodziewanych, takich jak rozdwojenie obrazu na fot. 5.

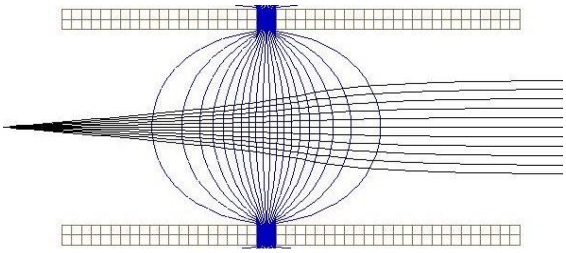
Fot. 9. Nawet zwykła szklanka pokazuje, jak skomplikowana jest optyka promieni nieprzyosiowych (fot. A. Krzysztofowicz)

Nawiasem mówiąc, i szklanka, i wałek pleksi są soczewkami cylindrycznymi, a nie sferycznymi. Równanie soczewki cylindrycznej jest takie samo jak sferycznej, tylko że w jednym wymiarze: soczewka z bliska powiększa (zob. fot. 10), z daleka odwraca (fot. 11).

Fot. 10. Wałki z pleksiglasu są też grubymi soczewkami – cylindrycznymi. Podobnie jak w przypadku szklanej kuli, obiekty umieszczone tuż za soczewką są powiększane w czynnik $n/(n-2)$, niezależnie od promienia pręta, co widać na zdjęciu

Fot. 11. Akwarium z rybkami w witrynie sklepu w Antony (Paryż) działa jak soczewka cylindryczna – odwraca w jednym wymiarze napis z dziecięcej torebki

11. Bez znajomości soczewek grubych nie można zrozumieć, jak działa mikroskop elektronowy. Soczewki dla elektronów – dwa cylindry, do których przyłożone zostają różne potencjały, to właśnie grube, cebulowate struktury. Elektron jest odchylany przez pole elektryczne w całym obszarze wewnątrz takiej cebuli. Do symulacji jego toru też używa się programów komputerowych [4] (rys. 1).



Rys. 1. Soczewka mikroskopu elektronowego, składająca się z dwóch współosiowych cylindrów: linie przerywane pokazują rozkład potencjału elektrycznego (są to linie ekwipotencjalne) – pole elektryczne jest do tych linii prostopadłe. Elektron jest odchylany przez pole, jak poziomo lecący kamień przez pole grawitacyjne Ziemi. Ten przykład (energia elektronów 200 eV, U_1 = +100V, U_2 = +30V) to soczewka wytwarzająca równoległą wiązkę elektronów (obliczenia D. Pliszka)

Literatura

[1] www.if.pap.edu.pl/optyka/grubasy.html
[2] LII Olimpiada Fizyczna – zawody II stopnia, *Fizyka w Szkole* nr 3 (2003), str. 171
[3] www.phy.ntnu.edu.tw/java/Lens/lens_e.html
[4] J. Dehmer, SIMION 7.0 packet, Ohio State University